Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ганеев Винер Валиахметович
Должность: Директор
Дата подписания: 02.11.2026 14:28:19
Уникальный программный ключ:
fceab25d7092f3bff743e8ad3f8d57fddc1f5e66

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Бирский филиал

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:
Декан
подписано ЭЦП Гайсин Ф.Р.
(подпись, инициалы, фамилия)

«26» 02 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Численные методы
(наименование дисциплины)

ОПОП ВО программа бакалавриата
01.03.02 Прикладная математика и информатика
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация)

Математическое моделирование и управление процессами и системами
наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения
очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Бирск 2026 г.

Рабочая программа составлена на основании учебного плана основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль Математическое моделирование и управление процессами и системами, одобренного ученым советом Бирского филиала Уфимского университета науки и технологий (протокол №7 от 27.02.2026 г.) и утвержденного директором Бирского филиала 27.02.2026.

Зав.кафедрой кафедры высшей математики и физики *(наименование кафедры разработчика программы)*	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Разработчик программы	*подписано ЭЦП*	Бигаева Л.А.
Руководитель образовательной программы	*подписано ЭЦП*	Бигаева Л.А.

1. Цель дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

1.1. Цель дисциплины

Цель изучения дисциплины: формирование знаний и умений в области математического моделирования и численных методов; овладение умениями и навыками приближенного решения модельных задач, получаемых при математическом описании различных естественнонаучных процессов; формирование умений применять современные информационные технологии в прикладной математике.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

Таблица 1. – Результаты обучения по дисциплине

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)		Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной
код компетенции	наименование компетенции	
ОПК-2	Способениспользоватьиадаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Демонстрирует навыки объектно-ориентированного программирования для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.
		ОПК-2.2. Подбирает среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.
		ОПК-2.3. Использует и адаптирует существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи
ОПК-3	Способенприменятьимодифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Строит адекватные математические модели реальных процессов, объектов и систем в соответствии предметной области.
		ОПК-3.2. Модифицирует математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.
		ОПК-3.3. Применяет математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности
ОПК-5	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.1. Демонстрирует методы разработки алгоритмов и компьютерных программ
		ОПК-5.2. Анализирует методы разработки алгоритмов и компьютерные программы, пригодные для практического применения
		ОПК-5.3. Разрабатывает алгоритмы и компьютерные

		программы, пригодные для практического применения.

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 4 зачетные единицы (з.е.), 144 академических часов.

Таблица 2 – Объем дисциплины

Виды учебной работы	Всего, часов	Количество часов в семестре
Общая трудоемкость дисциплины	144	5 семестр - 144
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (всего)	64	5 семестр - 64
в том числе:		
лекции	28	5 семестр - 28
лабораторные занятия	36	5 семестр - 36
практические занятия	0	
Другие виды работ в соответствии с УП:		
контрольная работа	0.5	5 семестр - 1
консультации	1	5 семестр - 1
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	80	5 семестр - 80
Из них:		
контроль	34.8	
ФКР:		
зачет	0	
зачет с оценкой	0	
курсовая работа (проект)	2	5 семестр - 1
экзамен	1.2	5 семестр - 1

3 Содержание дисциплины

Таблица 3 – Содержание дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Виды деятельности						Форма текущего контроля успеваемости
		Лек, час.	Лаб, час.	Эк, час.	КоР, час.	КуР, час.	СРС, час.	
3 курс / 5 семестр								
1	Численные методы решения уравнений и систем уравнений.							
1.1	Математические модели. Численные методы. Математические модели и численные методы. Решение задач с использованием ЭВМ. Приближенное решение, устойчивость и корректность.Элементы	2					4	Домашняя контрольная работа

	теории погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Погрешность суммы, разности, произведения, частного. Определение относительной погрешности степени, корня, погрешности элементарных функций. Метод границ. Общая формула для погрешностей							
1.2	Численное решение нелинейных уравнений. Постановка задачи решения алгебраических и транцендентных уравнений. Отделение корней. Метод половинного деления. Метод хорд, метод касательных.Комбинированный метод хорд и касательных. Оценка погрешности решения. Метод итерации. .Достаточное условие сходимости.	6	8				3.5	Лабораторная работа
1.3	Решение систем линейных уравнений Решение систем линейных уравнений. Точные и приближенные методы решения. Метод простой итерации и Зейделя. Оценка погрешности.	2	4				4	Лабораторная работа
2	Методы приближения функций. Численное дифференцирование и интегрирование							
2.1	Интерполирование функций. Интерполирование функций. Конечные разности. Центральные разности. Интерполяционные формулы Ньютона. Интерполяционная формула Лагранжа. Оценка погрешности интерполяционной формулы. Обратное интерполирование.	4	6				6	Лабораторная работа
2.2	Численное дифференцирование Постановка задачи приближенного дифференцирования. Численное дифференцирование функций на основе интерполяционной формулы Ньютона. Численное дифференцирование функций на основе интерполяционной формулы Лагранжа	2	4				6	Домашняя контрольная работа, Лабораторная работа
2.3	Численное интегрирование	4	6				6	Лабораторная работа

	Численное интегрирование. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Формулы трапеции и Симпсона. Остаточный член. Метод Монте-Карло.							
3	Численные методы решения дифференциальных уравнений							
3.1	Метод Пикара. Метод Эйлера Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи. Метод последовательных приближений. Метод Пикара. Оценка погрешности. Метод Эйлера. Оценка погрешности. Модификации метода Эйлера. Метода разложения решения в степенной ряд.	4	4				6	Лабораторная работа
3.2	Семейство методов Рунге-Кутта Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Семейство методов Рунге-Кутта. Методы 2-го и 4-го порядков. Оценка погрешности на шаге.	4	4				6	Лабораторная работа
4	Контрольная работа				1		0.5	
5	Курсовая работа					1	2	
6	Экзамен			1			36	
Итого по 3 курсу 5 семестру		28	36	1	1	1	80	
Итого по дисциплине		28	36	1	1	1	80	

Таблица 4 – Лабораторные работы

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Объем, час.

4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Баллы, выставляемые за конкретные виды деятельности представлены ниже.

Контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

Тестовые задания

Описание тестовых заданий: тестовые задания включают тесты закрытого типа (с одним правильным ответом), тесты на установлении последовательности и на установление соответствия. Оценка за выполнение тестовых заданий выставляется на основании процента заданий, выполненных студентами в процессе прохождения промежуточного и рубежного контроля знаний

Тестирование 1

1.Чем вызвана, что в результате применения численного метода могут быть получены не точные, а приближенные значения искомой функции, даже если все предписанные методом вычисления проделаны абсолютно точно?

- Погрешностью округления.
- Неточностью модели и погрешностью исходных данных.
- Вычислительной погрешностью.
- Нет верного ответа

2. В чем преимущество метода Зейделя для решения системы линейных алгебраических уравнений перед методом простой итерации?

- Дает большой выигрыш в точности, так как метод Зейделя существенно уменьшает число умножений и делений, во-вторых, позволяет накапливать сумму произведений без записи промежуточных результатов.
- Метод Зейделя являются абсолютно сходящимся, т.е. для него нет необходимости вводить достаточные условия сходимости в отличие от метода простой итерации.
- Обычно данный метод дает лучшую сходимость, чем метод простой итерации. Кроме того, метод Зейделя может оказаться более удобным при программировании, так как при вычислении следующей итерации нет необходимости хранить значения предыдущей итерации.

Тестирование 2

1. Вычисление интеграла равносильно вычислению

1. объёма любой фигуры;
2. площади любой фигуры;
3. объёма тела, полученного вращением криволинейной трапеции, у которой x = a, x = b, y = 0, y = f(x);
4. площади криволинейной трапеции, ограниченной линиями x = a, x = b, y = 0, y = f(x).

2. Формула численного интегрирования метода «левых» прямоугольников имеет вид:

1. $\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^{n} f(x_{i-1}) \cdot h$
2. $\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^{n} f(x_i) \cdot h, h = x_i - x_{i-1}$
3. $\int_a^b f(x)dx = \sum_{i=1}^{n} f(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}) \cdot h$
4. $\int_a^b f(x)dx = h \cdot (\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + ... + y_{n-1})$

3. Сущность метода Симпсона заключается в том, что через три последовательные ординаты разбиения проводится

1. квадратичная парабола;
2. любая кривая;
3. синусоида;
4. гипербола.

4. Результат вычисления интеграла $\int_{-1}^{1} x^2 dx$ методом Симпсона с разбиением на два интервала $(h = 1)$ равен

1. 2/3
2. 5/7
3. 9/11
4. 8/13

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения тестовых заданий

Описание методики оценивания выполнения тестовых заданий: оценка за выполнение тестовых заданий ставится на основании подсчета процента правильно выполненных тестовых заданий.
Критерии оценки (в баллах):
- **9-10** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 81 – 100 %;
- **7-8** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 61 – 80 %;

- **4-6** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 41 – 60 %;
- **до 4** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 40 %;

Контрольная работа

1. Округлить сомнительные цифры числа a = 72,3547 , δ= 0,21 % оставив верные знаки в узком смысле. Определить абсолютную погрешность результата.
2. Отделить корни уравнения $2 \cdot x - Lg(x) - 7 = 0$ графически и уточнить один из них методом хорд с точностью до ε=0,001.
3. Составить алгоритм вычисления интеграла $\int_{2}^{12} e^{1+\sin(x)} dx$ методом трапеции с n=100.
4. Составить алгоритм решения методом Эйлера дифференциального уравнения $y' = x + \sin\left(\frac{y}{3}\right)$, удовлетворяющего начальному условию $y_0(1,6)=4,6$ на отрезке $x \in [1,8; 2,8]$; шаг взять h=0,1 .

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания контрольной работы

Описание методики оценивания: при оценке выполнения студентом контрольной работы максимальное внимание следует уделять следующим аспектам: насколько полно в теоретическом вопросе раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит аргументацию и пояснения.

Критерии оценки (в баллах):
- **9-10** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе полно раскрыто содержание материала; четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит пояснения; тестовые задания решены свыше, чем на 80%; уровень знаний, умений, владений – высокий;
- **7-8** баллов выставляется студенту, если В теоретическом вопросе раскрыто основное содержание материала; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены незначительные нарушения в последовательности изложения; небольшие недостатки при использовании научных терминов; кейс-задание решено верно, но решение не доведено до завершающего этапа; тесты решены на 60-80%. Уровень знаний, умений, владений – средний;
- **5-6** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе усвоено основное, но непоследовательно; определения понятий недостаточно четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, практических занятий; уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности невысокий, наблюдаются пробелы и неточности; в решение кейс-задания верно выполнены некоторые этапы; тесты решены на 40-60%; уровень знаний, умений, владений – удовлетворительный;

- **менее 5** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе не изложено основное содержание учебного материала, изложение фрагментарное, не последовательное; определения понятий не четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности очень низкий; тесты решены менее, чем на 40 %; уровень знаний, умений, владений – недостаточный.

Домашняя контрольная работа

а) Определить какое равенство точнее.
б) Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: 1) в узком смысле; 2) в широком смысле. Определить предельные абсолютную и относительную погрешности результата.
в) Найти предельные абсолютную и относительную погрешности чисел, если они имеют только верные цифры: 1) в узком смысле; 2) в широком смысле.

№	а)	б)	
		1	2
1	$7/3 = 2,33;\ \sqrt{42} = 6,48$	$3,4852 \pm 0,0047$	$12,8969;\ \delta = 0,39\%$
2	$21/29 = 0,724;\ \sqrt{83} = 9,11$	$2,5439;\ \delta = 0,69\%$	$0,48652 \pm 0,0089$
3	$4/7 = 0,235;\ \sqrt{10} = 3,16$	$513,4852 \pm 0,087$	$120,839;\ \delta = 0,054\%$
4	$12/7 = 1,71;\ \sqrt{63} = 7,94$	$102,86;\ \delta = 0,59\%$	$0,38554 \pm 0,0087$
5	$14/17 = 0,823;\ \sqrt{58} = 7,61$	$30,852 \pm 0,077$	$142,789;\ \delta = 0,73\%$

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения домашней контрольной работы

Описание методики оценивания: при оценке выполнения студентом домашней контрольной работы максимальное внимание следует уделять следующим аспектам: сколько всего правильно сделанных заданий, насколько полно в теоретическом вопросе раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит аргументацию и пояснения.
Критерии оценки (в баллах):
- **2** балла выставляется студенту, если правильно сделаны более 70% заданий, в теоретическом вопросе полно раскрыто содержание материала; четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, формулами , анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит пояснения; тестовые задания решены свыше, чем на 70%; уровень знаний, умений, владений – высокий;

- **1** балл выставляется студенту, если если правильно сделаны только 40-70% заданийв теоретическом вопросе усвоено основное, но непоследовательно; определения понятий недостаточно четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, практических занятий; уровень умения оперировать научными категориями, формулами, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности невысокий, наблюдаются пробелы и неточности; в решение кейс-задания верно выполнены некоторые этапы; тесты решены на 40-70%; уровень знаний, умений, владений – удовлетворительный;
- **0** баллов выставляется студенту, если работы нет или если в теоретическом вопросе не изложено основное содержание учебного материала, изложение фрагментарное, не последовательное; определения понятий не четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности очень низкий; тесты решены менее, чем на 40 %; уровень знаний, умений, владений – недостаточный.

Лабораторная работа

Лабораторная работа № 2

Тема: Решение нелинейных уравнений. Метод итерации.

Задание: 1) Отделить корни уравнения графически и программно.

2) Уточнить один из корней уравнения методом итерации с точностью $\varepsilon = 0,001$, указать число итераций.

3) Нарисовать схему применения метода итерации к данному корню уравнения.

Вариант	Уравнение
1	$\lg(x) - \frac{5}{3x+2} = 0$
2	$2e^x + 3x + 1 = 0$
3	$x^3 + x - 3 = 0$
4	$x^3 - 1,2x^2 + x + 3 = 0$
5	$x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$

Вариант	Уравнение
31	$3x - \cos(x) - 1 = 0$
32	$x + 2 \cdot \lg(x) = 1,45$
33	$x + \lg(x) = 0,35$
34	$tg(3x + 0,5) = x^2$
35	$x^3 - 3x^2 + 2x - 5 = 0$

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения лабораторных работ

Описание методики оценивания выполнения лабораторных работ: оценка за выполнение ставится на основании знания теоретического материала по теме лабораторной работы, умений и навыков применения знаний на практике, , анализировать результаты лабораторной работы.

Критерии оценки (в баллах*):*

- **5** баллов выставляется студенту, если демонстрируются знания темы, цели и задач лабораторной работы, хода работы, применяемых методик исследования; демонстрируется полное знание

теоретического материала по теме лабораторной работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются умения и навыки работы, применения знания на практике, анализа результатов лабораторной работы и формулирование выводов, владение навыками прикладной деятельности;
- **4** балла выставляется студенту, если демонстрируются знания темы, цели и задач лабораторной работы, хода работы, имеются пробелы в знании применяемых методик исследования; демонстрируется неполное знание фактического материала по теме лабораторной работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются некоторые недостатки применения знания на практике, недостатки владения навыками прикладной деятельности и способности анализировать результаты лабораторной работы, формулировать выводы, прослеживать причинно-следственные связи;
- **3** балла выставляется студенту, если демонстрируются неполные знания цели и задач лабораторной работы, хода работы, применяемых методик исследования; демонстрируется неполное, несистемное знание теоретического материала по теме лабораторной работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются заметные недостатки в умении применять знания на практике, недостаточно владеет навыками прикладной деятельности, способностью анализировать результаты лабораторной работы и формулировать выводы, прослеживать причинно-следственные связи;
- **0-2** балла выставляется студенту, если демонстрируются полное или почти полное отсутствие знания цели и задач лабораторной работы, хода работы, применяемых методик исследования; демонстрируется полное или почти полное отсутствие знания теоретического материала по теме лабораторной работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются значительные недостатки умения применять знания на практике, владения навыками прикладной деятельности, способности анализировать результаты лабораторной работы и формулировать выводы, прослеживать причинно-следственные связи.

Курсовая работа

Описание курсовой работы: курсовая работа, как правило, включает теоретическую часть — изложение позиций и подходов, сложившихся в науке по данному вопросу, и аналитическую (практическую часть) — содержащую анализ проблемы на примере конкретной ситуации (на примере предприятия, экологической проблемы или иного объекта). Курсовая работа в обязательном порядке содержит оглавление, введение, в котором формулируются цель и задачи, теоретический раздел, практический раздел, иногда проектную часть, в которой студент отражает проект решения рассматриваемой проблемы, заключение, список литературы, и приложения по необходимости. Объем курсовой работы может варьироваться.
Примерные темы для курсовых работ

1. **Методы решения нелинейных уравнений.**
    1. Метод деления отрезка пополам. Метод итерации.
    2. Метод Ньютона. Метод хорд.
    3. Комбинированный метод.
    4. Метод парабол.
2. **Методы решения систем линейных уравнений.**
    1. Метод исключения неизвестных.
    2. Метод Гаусса с LU-разложением.
    3. Метод квадратного корня, метод Халецкого.
    4. Метод прогонки.
    5. QR-разложение матрицы. Метод вращений и отражений.
    6. Итерационные методы (итерации и Зейделя).
    7. Релаксационный метод.
    8. Попеременно-треугольный метод.
    9. Метод минимальных невязок, поправок и погрешностей.
    10. Метод наискорейшего спуска.

11. Неявные методы итерации и Зейделя.

3. **Методы решения систем нелинейных уравнений.**
    1. Метод итерации.
    2. Метод Ньютона.
    3. Метод наискорейшего спуска.
4. **Методы решения проблемы собственных значений**.
    1. Метод непосредственного развертывания.
    2. Метод Крылова.
    3. Метод Данилевского.
    4. Метод Лаверье-Фаддеева.
    5. Степенной метод.
    6. Метод обратных итераций.
    7. QR-алгоритм.
5. **Интерполирование функций.**
    1. Интерполяционные формулы Ньютона, Лагранжа.
    2. Интерполяционные формулы Гаусса, Стирлинга.
    3. Интерполяционные формулы Бесселя, Эверетта.
    4. Интерполирование тригонометрическими полиномами.
6. **Интерполирование функций многих переменных.**
    1. Интерполирование функции двух переменных с равностоящими значениями аргументов.
    2. Интерполяционная формула Лагранжа с двумя переменными.
7. **Обратное интерполирование.**
    1. Обратная интерполяция. Формула Лагранжа.
    2. Обратная интерполяция последовательными приближениями.
8. **Численное дифференцирование функций.**
    1. Формулы численного дифференцирования с конечными разностями.
    2. Формула Маркова.
9. **Численное интегрирование.**
    1. Формулы прямоугольников (левые, правые и средние).
    2. Формулы трапеции, Симпсона.
    3. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса.
    4. Квадратурные формулы Гаусса.
    5. Квадратурные формулы Чебышева.
    6. Квадратурные формулы Маркова.
    7. Метод Монте-Карло.
    8. Приближенное вычисление несобственных интегралов.
    9. Вычисление кратных интегралов.
    10. Кубатурные формулы. Повторное применение квадратурных формул.
    11. Кубатурные формулы. Метод поперечных сечений.
    12. Кубатурные формулы, получаемые интегрированием интерполяционных формул.
    13. Кубатурные формулы с разностями.
    14. Кубатурные формулы вычисления двойного интеграла в прямоугольнике.
    15. Кубатурные формулы вычисления двойного интеграла в круге.
    16. вычисление кратных интегралов методом Монте-Карло.
10. **Методы равномерного (наилучшего) приближения.**
    1. Наилучшее приближение функции многочленами.
    2. Многочлены Чебышева.
    3. Многочлены Бернштейна.
11. **Приближение функций сплайнами.**
    1. Интерполяционные кубические сплайны.
    2. Сглаживающие кубические сплайны.

3. Сплайновые кривые. Кривые Безье.
4. B - сплайновые и Бета - сплайновые кривые.

12. Квадратичное приближение.

1. Приближение функций по методу наименьших квадратов.
2. Квадратичное приближение периодических функций тригонометрическими многочленами.
3. Квадратичное приближение методом Чебышева.

13. Методы минимизации функций одной переменной (МФ).

1. Классический метод МФ. Метод деления отрезка пополам.
2. Симметричные методы. Метод золотого сечения.
3. Оптимальные методы. Метод Фибоначчи.
4. Метод ломаных. Метод покрытий.
5. Методы минимизации выпуклых функций. Метод касательных.
6. Методы поиска глобального минимума. Метод парабол.
7. Стохастический метод минимизации.

14. Методы минимизации функций многих переменной.

1. Градиентный метод. Методы проекции градиента и субградиента, условного градиента.
2. Методы возможных направлений, сопряженных направлений.
3. Методы Ньютона и Стеффенсена.
4. Метод покоординатного спуска.
5. Метод поиска глобального минимума.
6. Метод модифицированных функций Лагранжа.
7. Метод штрафных функций.
8. Метод барьерных функций, нагруженных функций.
9. Метод случайного поиска.

15. Методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (ОДУ).

1. Метод Эйлера и его модификации.
2. Семейство методов Рунге-Кутта (второго, третьего и четвертого порядков).
3. Метод Адамса.
4. Неявные методы второго и третьего порядка точности.
5. Двух- и трехстадийные методы первого и второго порядка точности.
6. Двухэтапные неявные методы Рунге-Кутты и Розенброка.
7. Трехэтапные неявные методы Рунге-Кутты и Нумерова.
8. Методы Рунге-Кутта для системы ОДУ.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения курсовой работы

Описание методики оценивания выполнения курсовой работы: оценка за выполнение ставится на основании знания теоретического материала по теме работы, умений и навыков применения знаний на практике, анализировать результаты курсовой работы.

Критерии оценки (в баллах*):*

- - **9-10** баллов выставляется студенту, если демонстрируются знания темы, цели и задач курсовой работы, хода работы, применяемых методов исследования; демонстрируется полное знание теоретического материала по теме курсовой работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются умения и навыки работы, применения знания на практике, анализа результатов курсовой работы и формулирование выводов, владение навыками прикладной деятельности;
- **7-8** баллов выставляется студенту, если демонстрируются знания темы, цели и задач курсовой работы, хода работы, имеются пробелы в знании применяемых методик исследования; демонстрируется неполное знание фактического материала по теме курсовой работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются некоторые недостатки применения знания на практике, недостатки владения навыками прикладной деятельности и

способности анализировать результаты курсовой работы, формулировать выводы, прослеживать причинно-следственные связи;
- **5-6** баллов выставляется студенту, если демонстрируются неполные знания цели и задач курсовой работы, хода работы, применяемых методик исследования; демонстрируется неполное, несистемное знание теоретического материала по теме курсовой работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются заметные недостатки в умении применять знания на практике, недостаточно владеет навыками прикладной деятельности, способностью анализировать результаты курсовой работы и формулировать выводы, прослеживать причинно-следственные связи;
- **менее 5** баллов выставляется студенту, если демонстрируются полное или почти полное отсутствие знания цели и задач курсовой работы, хода работы, применяемых методик исследования; демонстрируется полное или почти полное отсутствие знания теоретического материала по теме курсовой работы (в процессе обсуждения, при ответе на контрольные вопросы); демонстрируются значительные недостатки умения применять знания на практике, владения навыками прикладной деятельности, способности анализировать результаты курсовой работы и формулировать выводы, прослеживать причинно-следственные связи.
Перевод оценки из 10-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 9 до 10 баллов;
- хорошо – от 7 до 8 баллов;
- удовлетворительно – от 5 до 6 баллов;
- неудовлетворительно – менее 5 баллов.

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций. Структура экзаменационного билета: в билете указывается кафедра в рамках нагрузки которой реализуется данная дисциплина, форма обучения, направление и профиль подготовки, дата утверждения; билет может включать в себя теоретический(ие) вопрос(ы) и практическое задание (кейс-задание).

Примерные вопросы к экзамену, 3 курс / 5 семестр

1. Вычислительная математика. Численные методы. Этапы решения задач на ЭВМ.
2. Основы теории погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Предельные погрешности. Примеры.
3. Значащая цифра. Число верных значащих цифр (в узком и широком смысле). Связь между относительной погрешностью и числом значащих цифр.
4. Абсолютные и относительные погрешности суммы, разности, произведение и частного.
5. Относительные погрешности элементарных функций.
6. Приближенное решение нелинейных уравнений. Аналитические и геометрические методы отделения корней. Оценка погрешности.
7. Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод половинного деления. Оценка погрешности.
8. Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод хорд. Оценка погрешности.
9. Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод касательных. Оценка погрешности.
10. Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод итерации. Достаточное условие сходимости.
11. Приближенное решение нелинейных уравнений. Метод итерации. Оценка погрешности. Метод Зейделя.
12. Численное решение систем линейных уравнений. Постановка задачи. Метод Гаусса, .
13. Приближенное решение систем линейных уравнений. Постановка задачи. Метод итерации. Достаточное условие сходимости.
14. Приближенное решение систем линейных уравнений. Постановка задачи. Метод итерации. Оценка погрешности приближения.

15. Приближенное решение систем линейных уравнений. Постановка задачи. Метод Зейделя. Оценка погрешности приближения.
16. Интерполирование функций. Постановка задачи.
17. Конечные разности.
18. Интерполирование функций. Формулы Ньютона.
19. Интерполирование функций. Формула Лагранжа.
20. Приближенное дифференцирование функций.
21. Обратное интерполирование функций. Формула Лагранжа.
22. Приближение функций. Метод наименьших квадратов.
23. Приближенное интегрирование функций. Квадратурные формула Ньютона -Котеса.
24. Приближенное интегрирование функций. Формулы прямоугольников. Оценка погрешности.
25. Приближенное интегрирование функций. Формула трапеции и ее остаточный член.
26. Приближенное интегрирование функций. Формула Симпсона и ее остаточный член. Оценка погрешности (метод пересчета).
27. Приближенное интегрирование функций. Метод Монте-Карло. Оценка погрешности.
28. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод последовательных приближений. (Метод Пикара). Оценка погрешности.
29. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Оценка погрешности. Модификации метода Эйлера.
30. Приближенное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутта. Общий случай. Погрешность метода на шаге.

Образец экзаменационного билета

<table>
<tr><td colspan="2">МИНОБРНАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
БИРСКИЙ ФИЛИАЛ УУНиТ
Кафедра высшей математики и физики</td></tr>
<tr><td>Дисциплина: Численные методы
очная форма обучения
3 курс 5 семестр</td><td>Курсовые экзамены 20__-20__ г.
Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Профиль: Математическое моделирование и управление процессами и системами</td></tr>
<tr><td colspan="2">Экзаменационный билет № 1
1. Основы теории погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Предельные погрешности. Примеры.
2. Конечные разности.
3. Задача</td></tr>
<tr><td>Дата утверждения: __.__._____</td><td>Заведующий кафедрой
_____</td></tr>
</table>

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания ответа на экзамене

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

При оценке ответа на экзамене максимальное внимание должно уделяться тому, насколько полно раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание

понятий, верно ли использованы научные термины, насколько ответ самостоятельный, использованы ли ранее приобретенные знания, раскрыты ли раскрыты причинно-следственные связи, насколько высокий уровень умения оперирования научными категориями, анализа информации, владения навыками практической деятельности.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме:

5 семестр - курсовая работа, 5 семестр - экзамен.

Проверяемыми на промежуточной аттестации элементами содержания являются темы дисциплины.

Для проверки *знаний* используются вопросы и задания в различных формах.

Умения, навыки (или опыт деятельности) и компетенции проверяются с помощью компетентностно-ориентированных задач (ситуационных, производственных или кейсового характера) и различного вида конструкторов.

Все задачи являются многоходовыми. Некоторые задачи, проверяющие уровень сформированности компетенций, являются многовариантными. Часть умений, навыков и компетенций прямо не отражена в формулировках задач, но они могут быть проявлены обучающимися при их решении.

В каждый вариант включаются задания по каждому проверяемому элементу содержания во всех перечисленных выше формах и разного уровня сложности. Такой формат позволяет объективно определить качество освоения обучающимися основных элементов содержания дисциплины и уровень сформированности компетенций.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине при использовании модульно-

рейтинговой системы

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины:

для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг-план дисциплины

Таблица перевода баллов текущего контроля в баллы рейтинга

	5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	3	2	2	1	1	1	1	1	1
2		5	4	3	2	2	2	2	2	1
3			5	4	3	3	3	2	2	2
4				5	4	4	3	3	3	2
5					5	5	4	4	3	3
6						5	5	4	4	3
7							5	5	4	4
8								5	5	4
9									5	5
10										5

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении 1.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная учебная литература

1. Лапчик, Михаил Павлович. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер ; под ред. М. П. Лапчика .— Москва : Академия, 2004 .— 384 с
2. Введение в численные методы : учеб.пособ. для вузов / А. А. Самарский .— 5-е изд., стер. — СПб. : Лань, 2009 .— 288 с.
3. Численные методы. Лабораторный практикум : учеб.пособ. для физико-математич. фак-та. Кн.1 / И. И. Латыпов ; Федерал. агентст. по образ. ; БирГСПА .— М. : Лидер-М, 2010 .— 103 с.

5.2. Дополнительная учебная литература

1. Орешкова, М.Н. Численные методы: теория и алгоритмы : учебное пособие / М.Н. Орешкова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 120 с. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436397

2. Демидович, Б.П. Основы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 672 с. — URL a: https://e.lanbook.com/book/2025.

5.3. Другие учебно-методические материалы

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/.
2. Электронная библиотечная система «Лань» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/.
3. Университетская библиотека онлайн biblioclub.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/.
4. Электронная библиотека УУНиТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elib.bashedu.ru/.
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.rsl.ru/.
6. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://xn--90ax2c.xn--p1ai/viewers/.
7. Национальная платформа открытого образования npoed.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://npoed.ru/.
8. Электронное образование Республики Башкортостан [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edu.bashkortostan.ru/.
9. Информационно-правовой портал Гарант.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.garant.ru/.

Программное обеспечение

1. Браузер Google Chrome - Бесплатная лицензия https://www.google.com/intl/ru_ALL/chrome/privacy/eula_text.html
2. Браузер Яндекс - Бесплатная лицензия https://yandex.ru/legal/browser_agreement/index.html
3. Система дистанционного обучения Moodle - Бесплатная лицензия http://www.gnu.org/licenses/gpl.html
4. LIBREOFFICE - Договор №0301400003023000002 от 14.03.2023 (бессрочный)
5. Математический пакет Scalib - Бесплатная лицензия https://www.scilab.org/about/scilab-open-source-software
6. Pascalabc, PascalABC.NET - Бесплатная лицензия https://pascal-abc.ru, http://pascalabc.net
7. Математический пакет Maxima - Бесплатная лицензия http://maxima.sourceforge.net/ru/index.html
8. Операционная система Astra Linux - Договор 0301400003023000002 от 14 марта 2023 бессрочно

7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
Аудитория 301 Читальный зал (электронный каталог)(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, принтер, сканер hp scanyet g2410. Программное обеспечение 1. Браузер Google Chrome 2. LIBREOFFICE
Аудитория 307(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Мебель, нетбук, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 311(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для курсового проектирования, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Доска, компьютер, проектор, экран. Программное обеспечение 1. Браузер Google Chrome 2. Браузер Яндекс 3. Система дистанционного обучения Moodle 4. Математический пакет Scalib 5. Pascalabc, PascalABC.NET 6. Математический пакет Maxima 7. Операционная система Astra Linux 8. LIBREOFFICE
Аудитория 412а(ФМ)	Для консультаций, Для хранения оборудования	Компьютер, ксерокс, мебель, ноутбук, принтер, сканер canon, учебно-методическая литература. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 420(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, нетбук, принтер, проектор, сканер mustek, учебно-методические пособия, учебно-наглядные

		материалы, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 422(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Доска, компьютер, мебель, проектор. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Браузер Google Chrome 3. Браузер Яндекс 4. Pascalabc, PascalABC.NET 5. Операционная система Astra Linux 6. Система дистанционного обучения Moodle