Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ганеев Винер Валиахметович
Должность: Директор
Дата подписания: 02.11.2026 14:28:19
Уникальный программный ключ:
fceab25d7092f3bff743e8ad3f8d57fddc1f5e66

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Бирский филиал

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:
Декан
подписано ЭЦП Гайсин Ф.Р.
(подпись, инициалы, фамилия)

«26» 02 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

(наименование дисциплины)

ОПОП ВО программа бакалавриата
01.03.02 Прикладная математика и информатика

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация)

Математическое моделирование и управление процессами и системами

наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения
очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Бирск 2026 г.

Рабочая программа составлена на основании учебного плана основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль Математическое моделирование и управление процессами и системами, одобренного ученым советом Бирского филиала Уфимского университета науки и технологий (протокол №7 от 27.02.2026 г.) и утвержденного директором Бирского филиала 27.02.2026.

Зав.кафедрой кафедры высшей математики и физики *(наименование кафедры разработчика программы)*	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Разработчик программы	*подписано ЭЦП*	Беляев П.Л.
Руководитель образовательной программы	*подписано ЭЦП*	Бигаева Л.А.

1. Цель дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

1.1. Цель дисциплины

Цель изучения дисциплины: овладение основами линейной алгебры, аналитической и многомерной геометрии, а также формирование умений и навыков решения задач по линейной алгебре и аналитической геометрии, самостоятельной работы и изучения новых разделов алгебры и геометрии.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

Таблица 1. – Результаты обучения по дисциплине

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)		Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной
код компетенции	наименование компетенции	
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.
		ОПК-1.2. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.
		ОПК-1.3. Применяет фундаментальные знания для решения практических задач и использует их в профессиональной деятельности.
ОПК-2	Способениспользоватьиадаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	ОПК-2.1. Демонстрирует навыки объектно-ориентированного программирования для решения прикладных задач в профессиональной деятельности.
		ОПК-2.2. Подбирает среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.
		ОПК-2.3. Использует и адаптирует существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 11 зачетные единицы (з.е.), 396 академических часов.

Таблица 2 – Объем дисциплины

Виды учебной работы	Всего, часов	Количество часов в семестре
Общая трудоемкость дисциплины	396	1 семестр - 252 2 семестр - 144
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (всего)	178	1 семестр - 108 2 семестр - 70
в том числе:		
лекции	88	1 семестр - 54 2 семестр - 34
лабораторные занятия	90	1 семестр - 54 2 семестр - 36
практические занятия	0	
Другие виды работ в соответствии с УП:		
контрольная работа	1	1 семестр - 1 2 семестр - 1
консультации	2	1 семестр - 1 2 семестр - 1
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	218	1 семестр - 144 2 семестр - 74
Из них:		
контроль	69.6	
ФКР:		
зачет	0	
зачет с оценкой	0	
курсовая работа (проект)	0	
экзамен	2.4	1 семестр - 1 2 семестр - 1

3 Содержание дисциплины

Таблица 3 – Содержание дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Виды деятельности					Форма текущего контроля успеваемости
		Лек, час.	Лаб, час.	Эк, час.	КоР, час.	СРС, час.	
1 курс / 1 семестр							
1	Комплексные числа. Основные алгебраические структуры Комплексные числа (определение, алгебраическая форма записи), геометрическая интерпретация комплексного числа. Комплексно сопряжённые числа и их свойства. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.	6	6			20	Тестирование

	Операции над комплексными числами,. Операции умножения и деления комплексных чисел в тригонометрической и показательной формах. Формула Муавра. Корни n-ой степени из комплексного числа. Алгебраические операции, свойства коммутативности и ассоциативности. Понятие полугруппы. Нейтральный и симметричный элементы, группа.Кольцо и поле, их свойства. Примеры колец и полей.						
2	Матрицы и определители. Системы линейных уравнений. Матрицы, операции сложения и умножения матриц и их свойства. Множество квадратных матриц как кольцо с единицей. Блочные матрицы. Операции над блочными матрицами. Определение определителя. Определители матриц специального вида. Транспонирование матриц. Определитель транспонированной матрицы. Свойства определителя. Миноры и алгебраические дополнения. Теоремы о разложении определителя по «своей» и «чужой» строке. Теорема Лапласа о разложении определителя по k строкам. Определитель суммы и произведения матриц. Обратная матрица. Критерий существования обратной матрицы. Свойства обрат-ной матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.Элементарные преобразования матрицы. Теорема о неизменности ранга матрицы при элементарных преобразованиях. Ступенчатая матрица, приведение матрицы к ступенчатому виду. Ранг ступенчатой матрицы.Теорема Крамера. Формула Крамера. Условия совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Метод Гаусса решения системы линейных уравнений. Использование метод	10	10			24	Тестирование
3	Контрольная работа				1	0.5	
4	Векторная алгебра. Линейные пространства. Множество геометрических векторов как линейное пространство над полем действительных чисел. Коллинеарные,	8	8			25	Тестирование

	компланарные вектора. Условия линейной зависимости векторов. Базисы геометрических векторов на прямой, плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось, скалярное произведение векторов. Векторное и смешанное произведения векторов. Двойное векторное произведение.Линейно зависимые и независимые вектора, их свойства. Базис и размерность линейного пространства. Операции над векторами, заданными своими координатами. Изоморфизм линейных пространств. Линейное пространство и его свойства. Примеры линейных пространств, n–мерное координатное пространство. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка векторов как при-мер подпространства. Размерность подпространства. Теорема о возможности дополнения системы независимых векторов до базиса линейного пространства. Теорема о раз-мерности линейной оболочки векторов. Равенство ранга матрицы числу линейно независимых строк (столбцов) матрицы.						
5	Кольцо многочленов. Прямые линии и плоскости. Понятие многочлена над полем. Множество многочленов как коммутативное кольцо над полем с единицей и без делителей нуля. Степень многочлена, степень произведения многочленов. Теорема о делении многочленов с остатком. Делимость многочленов. Свойства делимости. Делители многочленов. Наибольший общий делитель, его единственность. Взаимно простые многочлены. Свойства взаимно простых многочленов. Корень многочлена. Теорема Безу и следствие из неё. Схема Горнера. Кратность корня. Выделение линейных множителей в многочлене. Связь производной многочлена с кратностью корня. Основная теорема алгебры и следствия из неё. Многочлен с действительными коэффициентами. Неприводимые многочлены. Аффинные системы координат на прямой, плоскости, в	16	16			18	Устный опрос

	пространстве. Прямоугольная система координат. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Задача о делении отрезка в данном отношении.Способы задания кривых и поверхностей уравнениями: явные и параметрические уравнения.						
6	Линии и поверхности второго порядка. Евклидовы пространства Определение кривых второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола: определение, вывод канонического уравнения, исследование формы. Эксцентриситет и директриса эллипса, параболы и гиперболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Исследование уравнения второго порядка, приведение кривой второго порядка к каноническому виду. Девять канонических видов уравнений. Поверхности второго порядка, их классификация, канонические уравнения, исследование методом сечений.Евклидово пространство, его свойства. Нормированные пространства, норма в евклидовом пространстве. Ортогональные и ортонормированные системы векторов, их свойства (ортогональность нулевого элемента, теорема Пифагора, линейная независимость). Алгоритм Грамма-Шмидта ортогонализации системы векторов.Вычисление скалярного произведения векторов в координатах. Матрица Грамма, ее свойства. Ортогональное дополнение к линейному подпространству, его свойства.	14	14			20.5	Устный опрос
7	Экзамен			1		36	
Итого по 1 курсу 1 семестру		54	54	1	1	144	
1 курс / 2 семестр							
1	Аффинные пространства. Билинейные и квадратичные функции Аффинные пространства, их свойства. Аффинные координаты, преобразование аффинных координат при переходе от одного базиса к другому и при переносе начала координат. Плоскости в аффинном	10	12			12	Тестирование

	пространстве. Векторная и координатная параметрическая формы записи уравнения плоскости в аффинном пространстве. Задание плоскостей в аффинном пространстве как решения системы линейных уравнений. Взаимное расположение плоскостей в аффинном пространстве. Евклидово точечное пространство, основные метрические формулы. Расстояние от точки до плоскости. Нормальное уравнение гиперплоскости в евклидовом точечном пространстве. Линейные функции на линейном пространстве: определение, задание в некотором фиксированном базисе. Преобразование коэффициентов линейной функции при переходе к другому базису. Сопряженное пространство, изоморфизм линейного пространства и сопряженного к нему. Биортогональный базис, его существование и единственность. Использование взаимных базисов для вычисления скалярного произведения.						
2	Линейные преобразования векторных пространств. Линейные преобразования евклидовых пространств Линейные преобразования векторных пространств: определение, матрица линейного преобразования, взаимно однозначное соответствие между линейными преобразованиями пространства и квадратными матрицами порядка . Преобразование матрицы линейного преобразования при переходе от одного базиса к другому. Линейное пространство линейных преобразований, его размерность. Обратное преобразование. Ядро и образ линейного преобразования. Теорема о сумме размерностей ядра и образа линейного преобразования. Инвариантные подпространства линейного оператора. Сумма и пересечение инвариантных подпространств. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора, их нахождение, характеристический многочлен. Линейное преобразование, сопряженное данному, матрица сопряженного преобразования.	12	12			12	Устный опрос

	Самосопряженное преобразование. Диагонализация матрицы самосопряженного оператора. Диагонализация симметрической матрицы ортогональными преобразованиями. Ортогональные преобразования: определение, свойства.						
3	Контрольная работа				1	0.5	
4	Общая теория линий и поверхностей второго порядка Закон преобразования гиперповерхностей второго порядка в вещественном аффинном пространстве. Инварианты гиперповерхностей второго порядка. Использование инвариантов гиперповерхностей второго порядка для классификации линий второго порядка на плоскости и поверхностей второго порядка в пространстве. Инвариантные подпространства линейного оператора. Сумма и пересечение инвариантных подпространств. Собственные вектора и собственные значения линейного оператора, их нахождение, характеристический многочлен.	12	12			13.5	Тестирование
5	Экзамен			1		36	
Итого по 1 курсу 2 семестру		34	36	1	1	74	
Итого по дисциплине		88	90	2	2	218	

Таблица 4 – Лабораторные работы

№ п/п	Наименование лабораторных работ	Объем, час.

4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Баллы, выставляемые за конкретные виды деятельности представлены ниже.

Контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

Тестовые задания

Описание тестовых заданий: тестовые задания включают тесты закрытого типа (с одним правильным ответом), тесты на установлении последовательности и на установление соответствия. Оценка за выполнение тестовых заданий выставляется на основании процента заданий, выполненных студентами в процессе прохождения промежуточного и рубежного контроля знаний

01 Если А является подмножеством множества В и В является подмножеством множества А, то… -: А является подмножеством множества В-: В является подмножеством множества А-: множества А и В равны-: множества А и В различны

02 Если все элементы множества В входят в множество А, то …-: А является подмножеством множества В-: В является подмножеством множества А-: множества А и В равны-: множества А и В различны

03 1-3; Существует ли множество без элементов?-: да-: нет-: в любом множестве не менее 1 элемента

04 1-4; При пересечении двух множеств получаем третье множество, которое ... -: Может состоять из оного элемента -: Всегда состоит из одного элемента-: Всегда не содержит элементов-: Иногда не содержит элементы

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения тестовых заданий

Описание методики оценивания выполнения тестовых заданий: оценка за выполнение тестовых заданий ставится на основании подсчета процента правильно выполненных тестовых заданий.
Критерии оценки (в баллах)*:*
- **9-10** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 81 – 100 %;
- **7-8** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 61 – 80 %;
- **4-6** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 41 – 60 %;
- **до 4** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 40 %;

Устный опрос

Устный опрос применяется как метод проверки знаний обучающихся по конкретной тематике 7. Понятие вектора и его модуля. Линейные операции над векторами и их свойства.8. Замена базиса в линейном пространстве. Матрица перехода от базиса к базису.9. Понятия линейного оператора и преобразования пространства, его ядра и образа. Способ нахождения ядра и образа.10. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.11. Понятия инвариантного подпространства, собственного значения и собственного вектора. Характеристический многочлен.

1. Понятия квадратной матрицы и определителя. Свойства 1) – 6) определителей.2. Понятия минора и алгебраического дополнения. Свойства 7)-11) определителей.3. Формулы Крамера решения системы линейных уравнений.4. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса.5. Понятие матрицы произвольной размерности. Действия над матрицами и их свойства.6. Понятие ранга матрицы. Теорема Кронеккера –Капелли (без док-ва).

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения устного опроса

Описание методики оценивания выполнения устного опроса: при оценке ответа студента на устный вопрос учитывается: насколько раскрыто содержание темы, структурированность ответа, его логичность, умение формулировать ответ, уровень понимания материала.
Критерии оценки
5 баллов выставляется студенту, если: в ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.
4 балла выставляется студенту, если: основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала.
Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.
3 балла выставляется студенту, если: тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное
умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.
0-2 балла выставляется студенту, если: тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.

Контрольная работа

1. Найти $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, \overline{A}, \overline{B}, A \Delta B$ **если:**

$A = [a,b), B = (c,d], U = R$

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
a	15	-3	11	-4	-13	-8	-7	12	10	-14	-13	-3	9	7	-9
b	16	15	23	17	17	19	20	15	24	23	21	19	24	21	21
c	8	0	3	1	3	9	0	1	0	7	1	0	6	7	8
d	11	20	16	11	20	13	17	16	18	12	20	16	11	20	10

10. Решить систему линейных уравнений 3х4 методом Крамера. Выполнить проверку.

1.	$\begin{cases} -x+y-2z=-3 \\ 3x+2y-z=-2, \\ x+2y-2z=-3. \end{cases}$	9.	$\begin{cases} -2x+3y+2z=1 \\ -x+2y+z=1, \\ x+4y-2z=8. \end{cases}$	17.	$\begin{cases} -2x-y-2z=-2 \\ x+2y+2z=1, \\ -x+3y+z=-2. \end{cases}$
2.	$\begin{cases} x-3y-z=6 \\ -2x+2y+3z=2, \\ -x+y+2z=2. \end{cases}$	10.	$\begin{cases} 2x-y-3z=-4 \\ 2x+3y-z=6, \\ x-2y-2z=-6. \end{cases}$	18.	$\begin{cases} -x+3y+2z=-4 \\ -3x+2y+z=-1, \\ x-2y-z=3. \end{cases}$
3.	$\begin{cases} x-y-z=-4 \\ -x+4y+3z=7, \\ -3x+3y+2z=9. \end{cases}$	11.	$\begin{cases} x+y-z=-2 \\ -x+2y+2z=-3, \\ 2x+2y-z=-6. \end{cases}$	19.	$\begin{cases} -x+3y+2z=1 \\ -x+4y+3z=3, \\ x-y-3z=-6. \end{cases}$

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения контрольной работы

Описание методики оценивания выполнения контрольной работы: уделяется внимание выбранному алгоритму, рациональному способу решения, правильному применению формул, получению верного ответа.
Критерии оценки
5 баллов выставляется студенту, если: составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.
4 баллов выставляется студенту, если: составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
3 баллов выставляется студенту, если: задача понята правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задача решена не полностью или в общем виде.
1 баллов выставляется студенту, если: задача решена неправильно.
0 баллов выставляется студенту, если: задача не решена.

Решение задач

Решение задач способствует формированию умений и навыков относящихся к конкретной сфере деятельности
1 .Определить координаты точки А , если ее радиус-вектор составляет с координатными осями одинаковые углы и его модуль равен 3 .
2. Доказать, что векторы a , b , c , удовлетворяющие условию
[a , b] + [b , c] + [c , a] = 0 , компланарны.
3. Вычислить скалярное произведение векторов (2 a – b, 3 b), если a = (2,3,-1) , b = (4, -2,5) .
4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку А(-1, 4) перпендикулярно прямо 2x - 7y -1 = 0.
5. Составить каноническое уравнение параболы, если известны ее фокус F(4, 3) и уравнение директрисы y +1 = 0.

6. Составить уравнение эллипса с центром в точке A(-1,4), фокусы которого лежат на прямой, параллельной оси OУ , если известно, что расстояние между фокусами равно 6, а эксцентриситет равен 3/5.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения решения задачи

Описание методики оценивания выполнения решения задачи: уделяется внимание выбранному алгоритму, рациональному способу решения, правильному применению формул, получению верного ответа.
Критерии оценки
5 баллов выставляется студенту, если: составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задача решена рациональным способом.
4 баллов выставляется студенту, если: составлен правильный алгоритм решения задачи, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задача решена нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
3 баллов выставляется студенту, если: задача понята правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задача решена не полностью или в общем виде.
1 баллов выставляется студенту, если: задача решена неправильно.
0 баллов выставляется студенту, если: задача не решена.

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций. Структура экзаменационного билета: в билете указывается кафедра в рамках нагрузки которой реализуется данная дисциплина, форма обучения, направление и профиль подготовки, дата утверждения; билет может включать в себя теоретический(ие) вопрос(ы) и практическое задание (кейс-задание).

Примерные вопросы к экзамену, 1 курс / 1 семестр

1. Множество.
2. Подмножество. Собственные и несобственные множества. Примеры.
3. Пустое множество.
4. Операции над множествами
5. Основные свойства операций над множествами.
6. Диаграмма Эйлера-Венна.
7. Декартово произведение.
8. Прямое произведение множеств
9. Бинарные отношения.
10. Отношение эквивалентности
11. Разбиение множества на классы эквивалентности
12. Фактор - множество.
13. Матрицы и виды матриц.
14. Сложение матриц. Свойства сложения.
15. Умножение матрицы на скаляр.
16. Произведение матриц.
17. Определители.
18. Определители второго порядка.
19. Определители третьего порядка.
20. Определители n-порядка.
21. Свойства определителя.
22. Разложение определителя по строке или столбцу. Минор и алгебраические дополнения.

23. Вычисление определителя.
24. Обратная матрица
25. Ранг матрицы.
26. Основные понятия системы линейных уравнений (с.л.у.).
27. Системы n-линейных уравнений с n- неизвестными. Метод Крамера(Формулы Крамера). Системы линейных уравнений.
28. Однородная система n-линейных уравнений с n-неизвестными
29. Метод Гаусса. Решение общей системы линейных уравнений.
30. Критерий совместности общей системы линейных уравнений. Теорема Крамера-Капелли.
31. Понятие комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексных чисел.
32. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел.
33. Алгебраические структуры.
34. Поле. Свойства поля.
35. Подполугруппа, подгруппа.
36. Гомоморфизмы и изоморфизмы.
37. Векторы. Определение вектора. Виды векторов.
38. Линейные операции над векторами
39. Умножение вектора на скаляр
40. Деление коллинеарных векторов.
41. Линейная зависимость векторов
42. Первый критерий коллинеарности двух векторов.
43. Компланарные векторы. Первый критерий компланарности векторов.
44. Линейная зависимость векторов. Свойства.
45. Второй критерий коллинеарности векторов
46. Координаты вектора относительно данного базиса и их свойства.
47. Базис и размерность векторной плоскости. Разложение векторов по неколлинеарным векторам.
48. Теорема о координатах линейной комбинации векторов.
49. Ортонормированный базис. Длина вектора.
50. Скалярное произведение векторов.
51. Угол между векторами.
52. Проекция вектора на ось. Свойства.
53. Скалярное произведение векторов. Свойства. Механический смысл скалярного произведенияЕвклидово векторное пространство.
54. Вычисление скалярного произведения. Длины векторов.
55. Геометрический смысл прямоугольных декартовых координат вектора. Направляющие косинусы.
56. Метод координат на плоскости.
57. Аффинная система координат на плоскости. Прямоугольная декартова система координат. Определение координат вектора по координатам начала и конца. Расстояние между двумя точками
58. Деление отрезков в данном отношении.
59. Условие коллинеарности трех точек.
60. Преобразование систем координат.
61. Преобразование аффинной системы координат в аффинную систему координатЧастные случаи: перенос системы координат, замена координатных векторов (поворот).
62. Преобразование прямоугольной декартовой системы координат в прямоугольную декартову систему координат.
63. Ортогональные матрицы.
64. Полярные координаты
65. Полярная система координат.
66. Взаимосвязь между полярными и прямоугольными декартовыми координатами точек.

67. Обобщенные полярные координаты.
68. Алгебраическая линия. Окружность.
69. Понятие уравнения множества точек. Составление уравнений и его исследование.
70. Понятие линии. Алгебраическая линия кривой. Параметрические уравнения кривой.
71. Параметрическая линия кривой.
72. ОкружностьТеорема об окружности.
73. Различные способы задания прямой и их уравнения (аффинная теория).
74. Способы задания прямой на плоскости. Условие коллинеарности трех точек.
75. Уравнение прямой, определяемой прямой и заданной вектором. Уравнение прямой в «отрезках».
76. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Параметрическое уравнение прямой.
77. Общее уравнение прямой.
78. Геометрический смысл коэффициентов при текущих координатах уравнения прямой.
79. Условие принадлежности векторной прямой.
80. Условия, при которых прямая проходит через начало параллельно оси оси абсцисс и оси ординат.
81. Взаимное расположение двух прямых.
82. Метрическая теория прямой. Нормальное уравнение прямой.
83. Нормальный вектор прямойЛемма. Способы задания прямой. Уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
84. Нормальное уравнение прямой.
85. Нормирование общего уравнения прямой.
86. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми
87. Расстояние от точки до прямой.
88. Расстояние между двумя параллельными прямыми.
89. Угол между двумя прямыми.
90. Эллипс.
91. Схема изучения свойств линий II порядка по каноническому уравнению.
92. Эллипс:определение, каноническое уравнение, свойства.
93. Способы построения эллипса. Параметрические уравнения эллипса.
94. Эксцентриситет эллипса.
95. Директрисы эллипса.
96. Гипербола.
97. Определение, каноническое уравнение и свойства гиперболы.
98. Сопряженные гиперболы. Построение гиперболы.
99. Асимптоты гиперболы. Равносторонние гиперболы.
100. Эксцентриситет гиперболы. Директериальные свойства. Зависимость формы гиперболы.
101. Директрисы гиперболы и директериальное свойство гиперболы.
102. Парабола.
103. Определение, каноническое уравнение, свойства параболы.
104. Эксцентриситет параболы. Зависимость формы параболы от фокального. Построение параболы.
105. Уравнение эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.
106. Приведение общего уравнения линии II порядка к каноническому уравнению.
107. Общее уравнение линии II порядка.
108. Упрощение общего уравнения линии II порядка при помощи поворота и переноса системы координат. Построение линии II порядка по общему уравнению.

Примерные вопросы к экзамену, 1 курс / 2 семестр

1. Аффинная декартова система координат на плоскости и в пространстве.

2. Прямоугольно- декартовая система координат на плоскости и в пространстве.
3. Полярная система координат на плоскости.
4. Простое отношение трех точек, свойства, координатное выражение.
5. Полярно- сферическая система координат в пространстве.
6. Полярно- цилиндрическая система координат в пространстве.
7. Прямая на плоскости. Различные способы задания прямой в аффинной системе координат на плоскости.
8. Уравнение прямой, заданная точкой и направляющим вектором.
9. Уравнение прямой, проходящей через две различные точки.
10. Параметрические уравнения прямой.
11. Уравнение прямой в « отрезках».
12. Общее уравнение прямой.
13. Прямая в прямоугольно- декартовой системе координат. Способы задания прямой. Уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором.
14. Нормальное уравнение прямой.
15. Расстояние от точки до прямой.
16. Векторное произведение векторов , свойства 1-2.
17. Векторное произведение векторов, свойство 3.
18. Координатное выражение векторного произведения.
19. Вычисление площади параллелограмма и треугольника.
20. Смешанное произведение векторов и его свойства.
21. Смешанное произведение векторов в координатах.
22. Вычисление объема параллелепипеда и тетраэдра.
23. Плоскость в пространстве, различные способы задания плоскости.
24. Уравнения плоскости заданной точкой и направляющим подпространством.
25. Уравнение плоскости проходящей через три точки.
26. Параметрические уравнения плоскости.
27. Уравнение плоскости в «отрезках».
28. Общее уравнение плоскости.
29. Плоскость в прямоугольно – декартовой системе координат. Способы задания.
30. Уравнение плоскости, заданной точкой и нормальным вектором.
31. Нормальное уравнение плоскости.
32. Нормирование общего уравнения плоскости.
33. Прямая в пространстве, различные способы задания прямой.
34. Каноническое уравнение прямой.
35. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
36. Расстояние от точки до плоскости.
37. Расстояние между двумя параллельными плоскостями.
38. Угол между двумя плоскостями.
39. Угол между двумя прямыми.
40. Угол между прямой и плоскостью.
41. Эллипс: определение, каноническое уравнение.
42. Свойства эллипса, эксцентриситет, зависимость формы эллипса от эксцентриситета.
43. Построение эллипса, параметрические уравнения эллипса.
44. Гипербола: определение, каноническое уравнение.
45. Свойства гиперболы, эксцентриситет, зависимость формы гиперболы от эксцентриситета.
46. Построение гиперболы, параметрические уравнения гиперболы.
47. Парабола: определение, каноническое уравнение.
48. Свойства параболы.
49. Общее уравнение кривой второго порядка.
50. Классификация кривых второго порядка на плоскости.

Образец экзаменационного билета

<table>
<tr><td colspan="2">МИНОБРНАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»
БИРСКИЙ ФИЛИАЛ УУНиТ
Кафедра высшей математики и физики</td></tr>
<tr><td>Дисциплина: Линейная алгебра и аналитическая геометрия
очная форма обучения
1 курс 1 семестр</td><td>Курсовые экзамены 20__-20__ г.
Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика
Профиль: Математическое моделирование и управление процессами и системами</td></tr>
<tr><td colspan="2">Экзаменационный билет № 1
1. Подмножество. Собственные и несобственные множества. Примеры.
2. Метод координат на плоскости.</td></tr>
<tr><td>Дата утверждения: __.__._____</td><td>Заведующий кафедрой
_____</td></tr>
</table>

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания ответа на экзамене

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

При оценке ответа на экзамене максимальное внимание должно уделяться тому, насколько полно раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий, верно ли использованы научные термины, насколько ответ самостоятельный, использованы ли ранее приобретенные знания, раскрыты ли раскрыты причинно-следственные связи, насколько высокий уровень умения оперирования научными категориями, анализа информации, владения навыками практической деятельности.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается

отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.
Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме:

1,2 семестр - экзамен.

Проверяемыми на промежуточной аттестации элементами содержания являются темы дисциплины.

Для проверки *знаний* используются вопросы и задания в различных формах.

Умения, навыки (или опыт деятельности) и компетенции проверяются с помощью компетентностно-ориентированных задач (ситуационных, производственных или кейсового характера) и различного вида конструкторов.

Все задачи являются многоходовыми. Некоторые задачи, проверяющие уровень сформированности компетенций, являются многовариантными. Часть умений, навыков и компетенций прямо не отражена в формулировках задач, но они могут быть проявлены обучающимися при их решении.

В каждый вариант включаются задания по каждому проверяемому элементу содержания во всех перечисленных выше формах и разного уровня сложности. Такой формат позволяет объективно определить качество освоения обучающимися основных элементов содержания дисциплины и уровень сформированности компетенций.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине при использовании модульно-рейтинговой системы

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины:

для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг-план дисциплины

Таблица перевода баллов текущего контроля в баллы рейтинга

	5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	3	2	2	1	1	1	1	1	1
2		5	4	3	2	2	2	2	2	1
3			5	4	3	3	3	2	2	2

4				5	4	4	3	3	3	2
5					5	5	4	4	3	3
6						5	5	4	4	3
7							5	5	4	4
8								5	5	4
9									5	5
10										5

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении 1.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная учебная литература

1. Кремер , Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум : для студ. вузов, обуч. по эконом. спец. / Н. Ш. Кремер , М. Н. Фридман ; под ред. Н.Ш. Кремера .— Москва : Юрайт, 2013 .— 307 с.
2. Ильин , В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. для студ. универ. и технич. вузов, обуч. по спец. "Математика, "Прикладная математика и информатика" / В. А. Ильин , Г. Д. Ким .— 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Академия, 2014 .— 393 с. : ил .— (Классический университетский учебник) .— ISBN 978-5-392-11537-2
3. Михалев , А. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. пособ. для студ. вузов, обуч. по напр. подг. "Химия" (квалиф. бакалавр) и спец. "Фундаментальная и прикладная химия" / А. А. Михалев , И. Х. Сабитов .— Москва : Академия, 2013 .— 252 с.

5.2. Дополнительная учебная литература

1. Сборник задач по линейной алгебре : уч. пособ. для студ. физико-матем. спец. вузов .— 8-е изд. — М. : Лаборатория базовых знаний, 2006 .— 382 с.
2. Аналитическая геометрия и линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / О.Г. Гайдамак, Е.В. Силова .— Уфа : БашГУ, 2012 .— Электрон. версия печ. публикации .— Доступ возможен через Электронную библиотеку БашГУ .— <URL:https://elib.bashedu.ru/dl/read/GaidamakSilovaAnalit.Geometriy i LineinayAlgebraUPos.2012.pdf>.

5.3. Другие учебно-методические материалы

Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», находящихся в свободном доступе

1. • Университетская библиотека онлайн БГУ www.bashlib.ru • Библиотека Бирского филиала БашГУ www.ibooks.ru • Научная электронная библиотека http://elibrary.ru • Учебная литература http://nanayna.ru • Архив электронных ресурсов http://elib.sfu-kras.ru/handle/2311/1637 • Свободная энциклопедия http://window.edu.ru/resource/723/74723

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/.
2. Электронная библиотечная система «Лань» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/.
3. Университетская библиотека онлайн biblioclub.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/.
4. Электронная библиотека УУНиТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elib.bashedu.ru/.
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.rsl.ru/.
6. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://xn--90ax2c.xn--p1ai/viewers/.
7. Национальная платформа открытого образования npoed.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://npoed.ru/.
8. Электронное образование Республики Башкортостан [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edu.bashkortostan.ru/.
9. Информационно-правовой портал Гарант.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.garant.ru/.

Программное обеспечение

1. Браузер Google Chrome - Бесплатная лицензия https://www.google.com/intl/ru_ALL/chrome/privacy/eula_text.html
2. LIBREOFFICE - Договор №0301400003023000002 от 14.03.2023 (бессрочный)
3. Операционная система Astra Linux - Договор 0301400003023000002 от 14 марта 2023 бессрочно
4. Браузер Яндекс - Бесплатная лицензия https://yandex.ru/legal/browser_agreement/index.html

7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
Аудитория 301 Читальный зал (электронный каталог)(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, принтер, сканер hp scanyet g2410. Программное обеспечение 1. Браузер Google Chrome 2. LIBREOFFICE
Аудитория 411(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Компьютер, мебель. Программное обеспечение 1. Браузер Яндекс 2. Браузер Google Chrome 3. LIBREOFFICE

Аудитория 412а(ФМ)	Для консультаций, Для хранения оборудования	Компьютер, мебель, ноутбук. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 420(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, нетбук, принтер, проектор, сканер mustek. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome