Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ганеев Винер Валиахметович
Должность: Директор
Дата подписания: 02.11.2026 15:15:05
Уникальный программный ключ:
fceab25d7092f3bff743e8ad3f8d57fddc1f5e66

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Бирский филиал

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:
Декан
подписано ЭЦП Гайсин Ф.Р.
(подпись, инициалы, фамилия)

«26» 02 2006 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория функций действительного переменного

(наименование дисциплины)

ОПОП ВО программа бакалавриата
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация)

Математика, Информатика

наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения
очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Бирск 206 г.

Рабочая программа составлена на основании учебного плана основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) профиль Математика, Информатика, одобренного ученым советом Бирского филиала Уфимского университета науки и технологий (протокол №7 от 27.02.2026 г.) и утвержденного директором Бирского филиала 27.02.2026.

Зав.кафедрой кафедры высшей математики и физики *(наименование кафедры разработчика программы)*	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Разработчик программы	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Руководитель образовательной программы	*подписано ЭЦП*	Бигаева Л.А.

1. Цель дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

1.1. Цель дисциплины

Цель изучения дисциплины: освоение обучающимися теории множеств с точки зрения количества элементов и их меры, понятий, используемых в математическом анализе (функция, интеграл), пространств функций с определенными свойствами; формирование умений и навыков решения задач по измеримым множествам и функциям, для реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов и для достижения личностных и предметных результатов обучения.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

Таблица 1. – Результаты обучения по дисциплине

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)		Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной
код компетенции	наименование компетенции	
ПК-1	Способен использовать базовые научно-теоретические знания, практические умения и навыки по предмету для проектирования и реализации образовательного процесса в образовательных организациях общего образования	ПК-1.1. Знать содержание, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области
		ПК-1.2. Уметь анализировать содержание, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области
		ПК-1.3. Владеть опытом и навыками использования знаний и умений и навыков в предметной области для проектирования и реализации образовательного процесса в образовательных организациях общего образования
ПК-2	Способен использовать базовые научно-теоретические знания, практические умения и навыки по предмету для проектирования и реализации образовательного процесса по дополнительным общеобразовательным программам	ПК-2.1. Знать предметную область профильных дисциплин
		ПК-2.2. Уметь анализировать предметную область профильных дисциплин
		ПК-2.3. Владеть опытом и навыками использования знаний и умений и навыков в предметной области для проектирования и реализации образовательного процесса по дополнительным общеобразовательным программам

ПК-3	Способен организовывать проектно-исследовательскую деятельность обучающихся для достижения результатов обучения	ПК-3.1. Знать основы проектно-исследовательской деятельности обучающихся
		ПК-3.2. Уметь планировать, реализовывать, контролировать проектно-исследовательскую деятельность обучающихся
		ПК-3.3. Владеть опытом и навыками организации проектно-исследовательской деятельности обучающихся

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 зачетные единицы (з.е.), 108 академических часов.

Таблица 2 – Объем дисциплины

Виды учебной работы	Всего, часов	Количество часов в семестре
Общая трудоемкость дисциплины	108	5 семестр - 108
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (всего)	44	5 семестр - 44
в том числе:		
лекции	20	5 семестр - 20
лабораторные занятия	0	
практические занятия	24	5 семестр - 24
Другие виды работ в соответствии с УП:		
контрольная работа	0	
консультации	0	
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	64	5 семестр - 64
Из них:		
контроль	0	
ФКР:		
зачет	0	
зачет с оценкой	0.2	5 семестр - 1
курсовая работа (проект)	0	
экзамен	0	

3 Содержание дисциплины

Таблица 3 – Содержание дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Виды деятельности				Форма текущего контроля успеваемости
		Лек, час.	П, час.	ДЗ, час.	СРС, час.	
3 курс / 5 семестр						
1	Мощность множества. Понятие мощности множества. Счет-ные множества и их свойства. Счет-ность множества рациональных и ал-гебраических чисел. Мощность континуума. Множества континуальной мощности. Свойства	4	4		8	Тестирование

	множеств мощно-сти континуумов. Мощность множества всех подмножеств					
2	Множества на числовой прямой Замкнутые и открытые множества. Строение линейных множеств. Из-меримые множества. Мера откры-тых и замкнутых множеств. Внеш-няя и внутренняя мера.. Свойства измеримых множеств	4	4		10	Тестирование
3	Измеримые функции Определение и свойства измеримых функций. Последовательности из-меримых функций. Теоремы Лузина и Егорова.	4	4		14	Тестирование
4	Интеграл Лебега Определение интеграла Лебега. Су-ществование интеграла для ограни-ченной измеримой функции. Свой-ства интеграла Лебега. Предельный переход под знак интеграла Лебега Сравнение интегралов Риман и Ле-бега	4	6		17.8	Тестирование
5	Суммируемые функции Суммируемые функции. Функции, суммируемые с квадратом. Про-странства L1 ,L2 . Функции с ограниченным измене-ние	4	6		14	Тестирование
6	Дифференцированный зачет			1	0.2	
Итого по 3 курсу 5 семестру		20	24	1	64	
Итого по дисциплине		20	24	1	64	

Таблица 4 – Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Наименование семинарских и практических работ	Объем, час.

4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Баллы, выставляемые за конкретные виды деятельности представлены ниже.

Контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

Тестовые задания

Описание тестовых заданий: тестовые задания включают тесты закрытого типа (с одним правильным ответом), тесты на установлении последовательности и на установление соответствия. Оценка за выполнение тестовых заданий выставляется на основании процента заданий, выполненных студентами в процессе прохождения промежуточного и рубежного контроля знаний

Вопросы к тестированию

1) Найти отображение, переводящее (0,1) в (0, +∞)

2) Указать отображение, переводящее множество [-1,1] в числовую прямую R

3) Указать отображение, переводящее множество [0;1] на отрезок [3;4]

4) Мера прямоугольного параллелепипеда со сторонами a, b , c равна

5) Вычислить $(L)\int_0^1 f(x)dx$, если f(x) = {1, x∈Q; 2 x∈J, где множество Q - множество рациональных, J- иррациональных точек сегмента [0,1]

6) Вариация функции f(x) на [a,b] равна A. Вариация функции -4f (x) - 5 равна

Вопросы к тестированию

1) Сегмент [-10;10] можно отобразить на сегмент [-39;29] с помощью функции

2) Указать отображение, переводящее сегмент [-2;3] в сегмент [-5;10]

3) Мера множества [-10;10] равна

4) Мера множества [0;50] равна

5) Вариация монотонно убывающей функции на отрезке [a;b] равна

6) Вариация монотонно возрастающей функции на отрезке [a;b] равна

Вопросы к тестированию:

1) Пусть A = {1,3,5,6,9,11}, B = {1,5,9,13,17} . Сколько элементов содержит множество A U B?

2) Среди данных функций выделить суммируемую на отрезке [0,1]

3) Пусть A = {1,3,5,6,9,11}, B = {1,5,9,13,17} . Сколько элементов содержит множество A \ B?

4) Мера канторова множества G_0 равна

5) Мера канторова множества P_0 равна

6) Мера множества $P_0 \bigcup G_0$ равна

Методические материалы для тестирования

Описание методики оценивания выполнения тестовых заданий: оценка за выполнение тестовых заданий ставится на основании подсчета процента правильно выполненных тестовых заданий.

Критерии оценки (в баллах)*:*

- **5** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 91 – 100 %;
- **4** балла выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 75 – 90 %;

- **3** балла выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 41 – 74 %;
- **до 3** баллов выставляется студенту, если процент правильно выполненных тестовых заданий составляет 40 %;

Контрольная работа

Контрольная работа № 2.
1. Пусть f - отображение метрического пространства X в метрическое пространство Y. Доказать, что для непрерывности этого отображения необходимо и достаточно, чтобы прообразом любого замкнутного множества пространства Y являлось замкнутое множество пространства X.
2. Доказать, что если при отображении f пространства X в пространство Y прообразы всех открытых шаров пространства Y являются открытыми множествами в X, то отображение f непрерывно.
Контрольная работа № 1
1. Доказать, что нерерывный образ компакта есть компакт.
2. Пусть f - отображение пространства X в пространство Y. Доказать, что для непрерывности этого отображения необходимо и достаточно, чтобы прообразы всех открытых множеств пространства Y были открытыми множествами пространства X.
Контрольная работа № 2.
1. Доказать, что непрерывный образ связного множества есть связное множество.
2. Доказать, что любое линейно связное множество E связно.
3. Доказать, что если некоторое свойство является топологическим, то его отрицание также является топологическим свойством.
Контрольная работа № 1.
1. Привести пример компактного множества, являющегося связным, но не линейно связным.
2. Доказать, что если открытое множество G евклидова пространства связно, то оно и линейно связно.
3. Пусть f - взаимно однозначное непрерывное отображение множества E метрического пространства X на множество E_1 метрического пространства Y. Обязано ли обратное отображение E_1 на E быть неправным? Если да - доказать, если нет - привести противоречащий пример.

Контрольная работа № 2.
1. Доказать, что компактность и связность являются топологическими свойствами.
2. Доказать, что отсутствие изолированных точек у множества является топологическим свойством.
3. Доказать, что свойство множества быть полным пространством не является топологическим свойством.
Контрольная работа № 1.
1. Доказать, что если f - непрерывное отображение множества E метрического пространства X в метрическое пространство Y и E_1 E плотно в E, то $f(E_1)$ плотно в f(E).

2. Доказать, что множество точек ln (r^2+1) числовой оси, где r пробегает все рациональные числа, плотно на луче [0; +[.

Методические материалы для контрольной работы

Описание методики оценивания: при оценке выполнения студентом контрольной работы максимальное внимание следует уделять следующим аспектам: насколько полно в теоретическом вопросе раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит аргументацию и пояснения.
Критерии оценки (в баллах):

- **5** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе полно раскрыто содержание материала; четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит пояснения; тестовые задания решены свыше, чем на 80%; уровень знаний, умений, владений – высокий;
- **4** балла выставляется студенту, если В теоретическом вопросе раскрыто основное содержание материала; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены незначительные нарушения в последовательности изложения; небольшие недостатки при использовании научных терминов; кейс-задание решено верно, но решение не доведено до завершающего этапа; тесты решены на 60-80%. Уровень знаний, умений, владений – средний;
- **3** балла выставляется студенту, если в теоретическом вопросе усвоено основное, но непоследовательно; определения понятий недостаточно четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, практических занятий; уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности невысокий, наблюдаются пробелы и неточности; в решение кейс-задания верно выполнены некоторые этапы; тесты решены на 40-60%; уровень знаний, умений, владений – удовлетворительный;
- **менее 3** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе не изложено основное содержание учебного материала, изложение фрагментарное, не последовательное; определения понятий не четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности очень низкий; тесты решены менее, чем на 40 %; уровень знаний, умений, владений – недостаточный.

Дифференцированный зачет

Примерные вопросы к дифзачету, 3 курс / 5 семестр

1. Понятие мощности множества. Счетные множества и их свойства.
2. Счетность множества рациональных и алгебраических чисел.
3. Несчетность множества действительных чисел. Множества мощности континуума.
4. Сравнение мощностей.
5. Мощность множества подмножеств. Равенство мощности континуума мощности множества подмножеств счетного множества.
6. Теорема о мощности промежуточного множества. Теорема Кантора – Бернштейна.
7. Замкнутые множества на числовой прямой.
8. Открытые множества на прямой.
9. Строение открытых и замкнутых ограниченных множеств.
10. Канторово совершенное множество.
11. Мера открытого ограниченного множества.
12. Мера замкнутого ограниченного множества.
13. Внешняя и внутренняя меры ограниченного множества.
14. Измеримые множества.
15. Измеримые функции и их свойства.
16. Последовательности измеримых функций. Теоремы Егорова и Лузина.
17. Интеграл Лебега от ограниченной функции.
18. Основные свойства интеграла Лебега.
19. Предельный переход под знак интеграла Лебега.
20. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Основная лемма.
21. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теоремы 2,3.

22. Суммируемые функции.
23. Пространства L1, L2.
24. Функции с конечным изменением.

Методические материалы, определяющие процедуру оценивания выполнения дифференцированного зачета

При оценке ответа на дифференцированном зачете максимальное внимание должно уделяться тому, насколько полно раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий, верно ли использованы научные термины, насколько ответ самостоятельный, использованы ли ранее приобретенные знания, раскрыты ли раскрыты причинно-следственные связи, насколько высокий уровень умения оперирования научными категориями, анализа информации, владения навыками практической деятельности.
Критерии оценки (в баллах):
- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме:

5 семестр - дифзачет.

Проверяемыми на промежуточной аттестации элементами содержания являются темы дисциплины.

Для проверки *знаний* используются вопросы и задания в различных формах.

Умения, навыки (или опыт деятельности) и компетенции проверяются с помощью компетентностно-ориентированных задач (ситуационных, производственных или кейсового характера) и различного вида конструкторов.

Все задачи являются многоходовыми. Некоторые задачи, проверяющие уровень сформированности компетенций, являются многовариантными. Часть умений, навыков и

компетенций прямо не отражена в формулировках задач, но они могут быть проявлены обучающимися при их решении.

В каждый вариант включаются задания по каждому проверяемому элементу содержания во всех перечисленных выше формах и разного уровня сложности. Такой формат позволяет объективно определить качество освоения обучающимися основных элементов содержания дисциплины и уровень сформированности компетенций.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине при использовании модульно-рейтинговой системы

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины:

Шкалы оценивания:

Рейтинг-план дисциплины

Таблица перевода баллов текущего контроля в баллы рейтинга

	5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	3	2	2	1	1	1	1	1	1
2		5	4	3	2	2	2	2	2	1
3			5	4	3	3	3	2	2	2
4				5	4	4	3	3	3	2
5					5	5	4	4	3	3
6						5	5	4	4	3
7							5	5	4	4
8								5	5	4
9									5	5
10										5

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении 1.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная учебная литература

1. Теория функций действительного переменного : учеб. пособ. для студентов вузов, обуч. по направл. 050100 "Педагогическое образование" / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин, Б. Н. Кукушкин .— Москва : КУРС : ИНФРА-М, 2016 .— 196 с.
2. Теория функций вещественной переменной : учеб. пособ. для вузов / И. П. Натансон .— 4-е изд., стер. — М. : ИД "Лидер-М", 2008 .— 480 с.

5.2. Дополнительная учебная литература

1. Теория меры и интеграла Лебега : учеб. пособ. / В. Р. Мукимов ; Мин. образ. и науки РФ, ГОУ ВПО БирГСПА .— Бирск : БирГСПА, 2010
2. Мукимов, В. Р. Функциональный анализ : учебное пособие / В. Р. Мукимов ; Федер. агенство по образ., ГОУ ВПО, БирГСПА .— Бирск : БирГСПА, 2009 .— 172 с

5.3. Другие учебно-методические материалы

Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», находящихся в свободном доступе

1. Сайт Государственной публичной библиотеки http://www.shpl.ru.
2. Сайт МГУ http://www.msu.ru/

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/.
2. Электронная библиотечная система «Лань» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/.
3. Университетская библиотека онлайн biblioclub.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/.
4. Электронная библиотека УУНиТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elib.bashedu.ru/.
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.rsl.ru/.
6. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://xn--90ax2c.xn--p1ai/viewers/.
7. Национальная платформа открытого образования npoed.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://npoed.ru/.
8. Электронное образование Республики Башкортостан [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edu.bashkortostan.ru/.
9. Информационно-правовой портал Гарант.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.garant.ru/.

Программное обеспечение

1. Браузер Google Chrome - Бесплатная лицензия https://www.google.com/intl/ru_ALL/chrome/privacy/eula_text.html
2. LIBREOFFICE - Договор №0301400003023000002 от 14.03.2023 (бессрочный)
3. Операционная система Astra Linux - Договор 0301400003023000002 от 14 марта 2023 бессрочно

7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Вид занятий	Наименование оборудования,

специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий		программного обеспечения
Аудитория 301 Читальный зал (электронный каталог)(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, принтер, сканер hp scanyet g2410. Программное обеспечение 1. Браузер Google Chrome 2. LIBREOFFICE
Аудитория 405(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Мебель, ноутбук, проектор, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 412а(ФМ)	Для консультаций, Для хранения оборудования	Компьютер, ксерокс, мебель, ноутбук, принтер, сканер canon, учебно-методическая литература. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 420(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, нетбук, принтер, проектор, сканер mustek, учебно-методические пособия, учебно-наглядные материалы, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome