Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ганеев Винер Валиахметович
Должность: Директор
Дата подписания: 02.11.2026 14:28:19
Уникальный программный ключ:
fceab25d7092f3bff743e8ad3f8d57fddc1f5e66

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Бирский филиал

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:
Декан
подписано ЭЦП Гайсин Ф.Р.
(подпись, инициалы, фамилия)

«26» 02 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Нелинейные уравнения математической физики

(наименование дисциплины)

ОПОП ВО программа бакалавриата
01.03.02 Прикладная математика и информатика

шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация)

Математическое моделирование и управление процессами и системами

наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения
очная

(очная, очно-заочная, заочная)

Бирск 2026 г.

Рабочая программа составлена на основании учебного плана основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль Математическое моделирование и управление процессами и системами, одобренного ученым советом Бирского филиала Уфимского университета науки и технологий (протокол №7 от 27.02.2026 г.) и утвержденного директором Бирского филиала 27.02.2026.

Зав.кафедрой кафедры высшей математики и физики *(наименование кафедры разработчика программы)*	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Разработчик программы	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Руководитель образовательной программы	*подписано ЭЦП*	Бигаева Л.А.

1. Цель дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

1.1. Цель дисциплины

Цель изучения дисциплины: формирование знаний, умений и навыков в области нелинейных уравнениях математической физики, необходимых для выявления естественнонаучной сущности физических процессов и применения математического аппарата при решении задач, проверки адекватности соответствующей процессу математической модели.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

Таблица 1. – Результаты обучения по дисциплине

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)		Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной
код компетенции	наименование компетенции	
ПК-1	Способен применять соответствующую процессу математическую модель, проводить численный эксперимент и анализ результата моделирования, оценивать его адекватность процессу	ПК-1.1. Применяет математические модели, соответствующие процессам, методы проведения численного эксперимента, методы анализа результата моделирования и оценки его адекватности процессу
		ПК-1.2. Проводит численный эксперимент, соответствующий процессу
		ПК-1.3. Анализирует результаты моделирования и оценивает его адекватность процессу
ПК-3	Способен проводить научно-исследовательские и расчетно-модельные разработки при исследовании самостоятельных тем	ПК-3.1. Анализирует литературные источники по сформулированным темам
		ПК-3.2. Применяет методы проведения научно-исследовательских и расчетно-модельных разработок
		ПК-3.3. Проводит научно-исследовательские и расчетно-модельные разработки при исследовании самостоятельных тем

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 зачетные единицы (з.е.), 108 академических часов.

Таблица 2 – Объем дисциплины

Виды учебной работы	Всего, часов	Количество часов в семестре
Общая трудоемкость дисциплины	108	6 семестр - 108

Виды учебной работы	Всего, часов	Количество часов в семестре
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (всего)	50	6 семестр - 50
в том числе:		
лекции	24	6 семестр - 24
лабораторные занятия	0	
практические занятия	26	6 семестр - 26
Другие виды работ в соответствии с УП:		
контрольная работа	0	
консультации	0	
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	58	6 семестр - 58
Из них:		
контроль	0	
ФКР:		
зачет	0	
зачет с оценкой	0.2	6 семестр - 1
курсовая работа (проект)	0	
экзамен	0	

3 Содержание дисциплины

Таблица 3 – Содержание дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Виды деятельности				Форма текущего контроля успеваемости
		Лек, час.	П, час.	ДЗ, час.	СРС, час.	
3 курс / 6 семестр						
1	Классы квазилинейных уравнений Нелинейные системы и их модели. Особенности нелинейных систем. Классификация квазилинейных уравнений. Метод приведения квазилинейного уравнения второго порядка к каноническому виду. Канонический вид квазилинейного уравнения второго порядка.	2	2		8	Коллоквиум
2	Распространение тепла в нелинейной среде. Физические закономерности распространения тепла. Закон Фурье. Отклонение от линейного закона теплопроводности. Нелинейное уравнение теплопроводности. Задачи с внешней и внутренней нелинейностью. Свойства автомодельности. Автомодельные переменные и автомодельные решения нелинейных уравнений. Распространение тепла в среде с фазовым переходом. Задача Стефана о фазовом переходе. Распространение теплового возмущения в	4	2		6	Коллоквиум

	нелинейной среде. Распространение тепла от мгновенного теплового источника. Автомодельное решение нелинейного уравнения теплопроводности. Понятие о тепловой волне. Пространственная локализация теплового возмущения. Понятие о режимах с обострением.					
3	Системы типа «реакция-диффузия». Распределенные системы с обратной связью. Положительная и отрицательная обратная связь. Понятие об активаторе и ингибиторе. Диссипативные структуры и самоорганизация в активных средах. Модель двухкомпонентной системы типа «реакция - диффузия», с активатором и –ингибитором. Стационарное состояние и его устойчивость. Критерии устойчивости стационарного состояния в двухкомпонентной системе. Обзор известных моделей типа «реакция - диффузия». Модель ГиреraМайнхарда. Модель «брюсселятор».	4	2		6	Коллоквиум
4	Нелинейные волны. Волновые движения и их классы. Гиперболические волны. Волны в среде с дисперсией. Распространение волны в нелинейной среде. Эффект опрокидывания фронта. Волновое уравнение первого порядка. Решение уравнения методом характеристик. Понятие об ударной волне. Слабые ударные волны.	4	4		6	Коллоквиум
5	Обратная задача рассеяния. Обратная задача рассеяния в квантовой механике. Задача рассеяния для одномерного уравнения Шредингера. Непрерывный спектр. Аналитические свойства матрицы переноса. Функции Иоста и их свойства. Дискретный спектр в задаче рассеяния. Понятие о данных рассеяния. Уравнения Гельфанда-Левитана-Марченко и решение обратной задачи рассеяния. Формула для потенциала.	2	4		10	Коллоквиум
6	Интегрирование нелинейных уравнений методом обратной задачи. Понятие об (L-A) –паре Лакса для нелинейного уравнения. Свойства нелинейного уравнения, обладающего (L-A)	4	6		10	Коллоквиум

	–парой. Пара Лакса для уравнения Кортевега – де Фриза. Эволюция данных рассеяния. Схема метода обратной задачи рассеяния для интегрирования нелинейного уравнения Кортевега – де Фриза.					
7	Солитонные решения. Безотражательные потенциалы и солитонные решения. Общий вид N-солитонного решения уравнения Кортевега - де Фриза. Односолитонное решение и его свойства.	4	6		11.8	Коллоквиум
8	Дифференцированный зачет			1	0.2	
Итого по 3 курсу 6 семестру		24	26	1	58	
Итого по дисциплине		24	26	1	58	

Таблица 4 – Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Наименование семинарских и практических работ	Объем, час.

4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Баллы, выставляемые за конкретные виды деятельности представлены ниже.

Контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

Контрольная работа

Контрольная работа № 2.
1. Нелинейное уравнение $W_y W_{xx}+a=0$ свести к линейному уравнению теплопроводности, используя преобразования Эйлера.
2. Нелинейное уравнение $W_{xx}+ a(W_y W_{xx}) = 0$ свести к линейному уравнению, используя преобразования Лежандра.
Контрольная работа № 1.
1. Найти преобразование, приводящее уравнение теплопроводности с нелинейным источником $\omega_t=a\omega_{xx}+b\omega^n$ к каноническому виду $u_T=u_{xx}+u^n$.
2. Найти преобразование, приводящее уравнение теплопроводности с нелинейным источником $w_t = aw_{zz} + bw^n$ к каноническому виду $u_r = u_{xx} + u^n$
3. Нелинейное уравнение $W_{xx}+aW_xW_{yy}=0$ свести к линейному уравнению.
4. Найти точечные преобразования, приводящее нелинейное уравнение $w_t = w_{xx}+ aw_x^2$ к линейному уравнению теплопроводности $u_t = u_{zz}$
Контрольная работа № 1.
1. Найти решение типа бегущей волны уравнения Бюргерса: $w_t+ww_x=aw_{xx}$
2. Найти решения типа ьегущей волны нелинейных уравнений теплопроводности:
а) $w_t=(ww_x)_x$
б) $w_t + aw_x =w_t = (ww_x)_x$
в) $w_t = (ww_x)_x + a.$
3. Найти автомодельные решения нелинейных уравнений теплопроводности
а)$w_t=a(ww_x)_x$
б)$w_t=a(w^nw_x)_x$
в)$w_t=a(e^ww_x)_x$
Контрольная работа № 2.
1)Найти дифференциальные связи второго порядка, эквивалетные заданию структуры решения в следующем виде (f и g - произвольные функции соотвествующего аргумента):
$w = f(x + t) + g(x - t)$
2)Найти решения с функциональным разделением переменных нелинейных уравнений теплопроводности:
$w_t = [f(w)w_x]_x + g(w)$

Методические материалы для контрольной работы

Описание методики оценивания: при оценке выполнения студентом контрольной работы максимальное внимание следует уделять следующим аспектам: насколько полно в теоретическом вопросе раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит аргументацию и пояснения.

Критерии оценки (в баллах):

- **5** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе полно раскрыто содержание материала; четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит пояснения; тестовые задания решены свыше, чем на 80%; уровень знаний, умений, владений – высокий;
- **4** балла выставляется студенту, если В теоретическом вопросе раскрыто основное содержание материала; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены незначительные нарушения в последовательности изложения; небольшие недостатки при использовании научных терминов; кейс-задание решено верно, но решение не доведено до завершающего этапа; тесты решены на 60-80%. Уровень знаний, умений, владений – средний;
- **3** балла выставляется студенту, если в теоретическом вопросе усвоено основное, но непоследовательно; определения понятий недостаточно четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, практических занятий; уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности невысокий, наблюдаются пробелы и неточности; в решение кейс-задания верно выполнены некоторые этапы; тесты решены на 40-60%; уровень знаний, умений, владений – удовлетворительный;
- **менее 3** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе не изложено основное содержание учебного материала, изложение фрагментарное, не последовательное; определения понятий не четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности очень низкий; тесты решены менее, чем на 40 %; уровень знаний, умений, владений – недостаточный.

Коллоквиум

Описание методики оценивания выполнения коллоквиума: внимание уделяется усвоению учебного материала, полноте и логике излагаемого материала, умению оперировать научными категориями, владению приемами и навыками выполнения практических заданий (при наличии).

Вопросы к коллоквиуму

1. Метод функционального разделения переменных.
2. Метод дифференцирования.
3. Точечные преобразования уравнений математической физики.
4. Прямой метод Кларксона - Крускала.
5. Классический метод исследования симметрии дифференциальных уравнений.
6. Неклассичский метод исследования симметрии дифференциальных уравнений.
7. Метод дифференциальных связей.
8. Тест Пенлеве для нелинейных уравнений математической физики.
9. Методы обратной задачи рассеяния(теория солитонов).
10. Решение задачи Коши методом обратной задачи.

Вопросы к коллоквиуму

1. Классификация нелинейных уравнений математической физики.
2. Преобразования Лежандра и Эйлера.
3. Преобразования Беклунда.
4. Дифференциальные подстановки.
5. Решения типа бегущей волны.
6. Автомодельные решения.
7. Экспоненциально - автомодельные(предельные) решения.
8. Обобщенно - автомодельные решения.
9. Метод обобщенного разделения переменных.
10. Функционально - дифференциальные уравнения.

Методические материалы для коллоквиума

Критерии оценки

5 баллов выставляется студенту, если он демонстрирует глубокое и прочное усвоение программного материала, полные, последовательные, грамотные и логически излагаемые ответы при видоизменении задания; свободно справляющиеся с поставленными задачами, знания материала, правильно обоснованные принятые решения, владение разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ.
4 балла выставляется студенту, если он демонстрирует знание программного материала, грамотное изложение, без существенных неточностей в ответе на вопрос, правильное применение теоретических знаний, владение необходимыми навыками при выполнении практических задач.
3 баллов выставляется студенту, если он демонстрирует усвоение основного материала, но при ответе допускаются неточности, при ответе недостаточно правильные формулировки, нарушение последовательности в изложении программного материала, - затруднения в выполнении практических заданий;
0-2 баллов выставляется студенту, если он демонстрирует не знание программного материала, при ответе возникают ошибки, затруднения при выполнении практических работ.

Дифференцированный зачет

Примерные вопросы к дифзачету, 3 курс / 6 семестр

1. Классификация нелинейных уравнений математической физики.
2. Преобразования Лежандра и Эйлера.
3. Преобразования Беклунда.
4. Дифференциальные подстановки.
5. Решения типа бегущей волны.
6. Автомодельные решения.
7. Экспоненциально - автомодельные(предельные) решения.
8. Обобщенно - автомодельные решения.
9. Метод обобщенного разделения переменных.
10. Функционально - дифференциальные уравнения.
11. Метод функционального разделения переменных.
12. Метод дифференцирования.
13. Точечные преобразования уравнений математической физики.
14. Прямой метод Кларксона - Крускала.
15. Классический метод исследования симметрии дифференциальных уравнений.
16. Неклассичский метод исследования симметрии дифференциальных уравнений.
17. Метод дифференциальных связей.
18. Тест Пенлеве для нелинейных уравнений математической физики.
19. Методы обратной задачи рассеяния(теория солитонов).

20. Решение задачи Коши методом обратной задачи.

Методические материалы для дифференцированного зачета

При оценке ответа на дифференцированном зачете максимальное внимание должно уделяться тому, насколько полно раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий, верно ли использованы научные термины, насколько ответ самостоятельный, использованы ли ранее приобретенные знания, раскрыты ли раскрыты причинно-следственные связи, насколько высокий уровень умения оперирования научными категориями, анализа информации, владения навыками практической деятельности.
Критерии оценки (в баллах):
- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:
- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме:

6 семестр - дифзачет.

Проверяемыми на промежуточной аттестации элементами содержания являются темы дисциплины.

Для проверки *знаний* используются вопросы и задания в различных формах.

Умения, навыки (или опыт деятельности) и компетенции проверяются с помощью компетентностно-ориентированных задач (ситуационных, производственных или кейсового характера) и различного вида конструкторов.

Все задачи являются многоходовыми. Некоторые задачи, проверяющие уровень сформированности компетенций, являются многовариантными. Часть умений, навыков и компетенций прямо не отражена в формулировках задач, но они могут быть проявлены обучающимися при их решении.

В каждый вариант включаются задания по каждому проверяемому элементу содержания во всех перечисленных выше формах и разного уровня сложности. Такой формат позволяет

объективно определить качество освоения обучающимися основных элементов содержания дисциплины и уровень сформированности компетенций.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине при использовании модульно-рейтинговой системы

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины:

Шкалы оценивания:

Рейтинг-план дисциплины

Таблица перевода баллов текущего контроля в баллы рейтинга

	5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	3	2	2	1	1	1	1	1	1
2		5	4	3	2	2	2	2	2	1
3			5	4	3	3	3	2	2	2
4				5	4	4	3	3	3	2
5					5	5	4	4	3	3
6						5	5	4	4	3
7							5	5	4	4
8								5	5	4
9									5	5
10										5

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении 1.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная учебная литература

1. Уравнения математической физики : учеб. для студ. вузов, обуч. по напр. ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика"/ К. Б. Сабитов .— Москва : Высшая школа, 2013 . — 352 с.
2. Деревич, И.В. Практикум по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Деревич. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 428 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/104942.

5.2. Дополнительная учебная литература

1. Сергеев , И. Н. Дифференциальные уравнения : учеб. для студ. вузов, обуч. по напр. "Математика", "Математика и комп. науки", "Механика и матем. моделирование" и др. / И. Н. Сергеев .— Москва : Академия, 2013 .— 287 с.
2. Абдрахманов, В.Г. Уравнения математической физики. Теория и практика [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Г. Абдрахманов, Г.Т. Булгакова. — Электрон. дан. — Москва : ФЛИНТА, 2014. — 338 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/51962

5.3. Другие учебно-методические материалы

Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», находящихся в свободном доступе

1. Сайт Государственной публичной библиотеки http://www.shpl.ru.
2. Сайт МГУ http://www.msu.ru
3. www.booksgid.com/science
4. www.kodges.ru

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/.
2. Электронная библиотечная система «Лань» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/.
3. Университетская библиотека онлайн biblioclub.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/.
4. Электронная библиотека УУНиТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elib.bashedu.ru/.
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.rsl.ru/.
6. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://xn--90ax2c.xn--p1ai/viewers/.
7. Национальная платформа открытого образования npoed.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://npoed.ru/.
8. Электронное образование Республики Башкортостан [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edu.bashkortostan.ru/.
9. Информационно-правовой портал Гарант.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.garant.ru/.

Программное обеспечение

1. Браузер Google Chrome - Бесплатная лицензия https://www.google.com/intl/ru_ALL/chrome/privacy/eula_text.html
2. LIBREOFFICE - Договор №0301400003023000002 от 14.03.2023 (бессрочный)
3. Операционная система Astra Linux - Договор 0301400003023000002 от 14 марта 2023 бессрочно

7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
Аудитория 218 а(ФМ)	Для хранения оборудования	Дальнометр, компьютер, мебель, оптика отражатель , тахеометр, тригер tw 32 с оптическим центром, учебно-методическая литература, учебно-наглядные материалы, фотокамера. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 301 Читальный зал (электронный каталог)(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, принтер, сканер hp scanyet g2410. Программное обеспечение 1. Браузер Google Chrome 2. LIBREOFFICE
Аудитория 307(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Мебель, нетбук, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 420(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, нетбук, принтер, проектор, сканер mustek, учебно-методические пособия, учебно-наглядные материалы, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome