Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Ганеев Винер Валиахметович
Должность: Директор
Дата подписания: 02.11.2026 15:15:05
Уникальный программный ключ:
fceab25d7092f3bff743e8ad3f8d57fddc1f5e66

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

Бирский филиал

ФАКУЛЬТЕТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ:
Декан
подписано ЭЦП Гайсин Ф.Р.
(подпись, инициалы, фамилия)

«26» 02 2006 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Теория чисел
(наименование дисциплины)

ОПОП ВО программа бакалавриата
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
шифр и наименование направления подготовки (специальности)

направленность (профиль, специализация)

Математика, Информатика
наименование направленности (профиля, специализации)

форма обучения
очная
(очная, очно-заочная, заочная)

Бирск 206 г.

Рабочая программа составлена на основании учебного плана основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) профиль Математика, Информатика, одобренного ученым советом Бирского филиала Уфимского университета науки и технологий (протокол №7 от 27.02.2026 г.) и утвержденного директором Бирского филиала 27.02.2026.

Зав.кафедрой кафедры высшей математики и физики *(наименование кафедры разработчика программы)*	*подписано ЭЦП*	Чудинов В.В.
Разработчик программы	*подписано ЭЦП*	Бодулев А.В.
Руководитель образовательной программы	*подписано ЭЦП*	Бигаева Л.А.

1. Цель дисциплины. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

1.1. Цель дисциплины

Цель изучения дисциплины: формирование знаний, умений и навыков в области теории чисел, необходимых для реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов и достижения личностных и предметных результатов обучения.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения основной профессиональной образовательной программы

Таблица 1. – Результаты обучения по дисциплине

Планируемые результаты освоения основной профессиональной образовательной программы (компетенции, закрепленные за дисциплиной)		Код и наименование индикатора достижения компетенции, закрепленного за дисциплиной
код компетенции	наименование компетенции	
ПК-1	Способен использовать базовые научно-теоретические знания, практические умения и навыки по предмету для проектирования и реализации образовательного процесса в образовательных организациях общего образования	ПК-1.1. Знать содержание, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области
		ПК-1.2. Уметь анализировать содержание, закономерности, принципы и особенности изучаемых явлений и процессов, базовые теории в предметной области
		ПК-1.3. Владеть опытом и навыками использования знаний и умений и навыков в предметной области для проектирования и реализации образовательного процесса в образовательных организациях общего образования
ПК-3	Способен организовывать проектно-исследовательскую деятельность обучающихся для достижения результатов обучения	ПК-3.1. Знать основы проектно-исследовательской деятельности обучающихся
		ПК-3.2. Уметь планировать, реализовывать, контролировать проектно-исследовательскую деятельность обучающихся
		ПК-3.3. Владеть опытом и навыками организации проектно-исследовательской деятельности обучающихся

2. Структура и трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 3 зачетные единицы (з.е.), 108 академических часов.

Таблица 2 – Объем дисциплины

Виды учебной работы	Всего, часов	Количество часов в семестре
Общая трудоемкость дисциплины	108	5 семестр - 108
Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий (всего)	48	5 семестр - 48
в том числе:		
лекции	24	5 семестр - 24
лабораторные занятия	0	
практические занятия	24	5 семестр - 24
Другие виды работ в соответствии с УП:		
контрольная работа	0	
консультации	1	5 семестр - 1
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	60	5 семестр - 60
Из них:		
контроль	34.8	
ФКР:		
зачет	0	
зачет с оценкой	0	
курсовая работа (проект)	0	
экзамен	1.2	5 семестр - 1

3 Содержание дисциплины

Таблица 3 – Содержание дисциплины

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Виды деятельности				Форма текущего контроля успеваемости
		Лек, час.	П, час.	Эк, час.	СРС, час.	
3 курс / 5 семестр						
1	Теория делимости в кольце целых чисел I.1.Теория делимости целых чисел. I.2. Системы счисления I.3. Элементы теории цепных дробей I.4. Распределение простых чисел	8	8		8	Коллоквиум
2	Теория сравнений с арифметическими приложениями II.1. Сравнения II.2. Сравнения с неизвестными II.3. Первообразная корни и индексы II.4.Некоторые арифметические применения теории сравнений	8	8		8	Коллоквиум
3	Алгебраические и трансцендентные числа III.1. Алгебраические числа III. Трансцендентные числа	8	8		8	Коллоквиум
4	Экзамен			1	36	

Итого по 3 курсу 5 семестру	24	24	1	60	
Итого по дисциплине	24	24	1	60	

Таблица 4 – Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Наименование семинарских и практических работ	Объем, час.

4. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Критериями оценивания являются баллы, которые выставляются за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины. Баллы, выставляемые за конкретные виды деятельности представлены ниже.

Контрольные задания для проведения текущего контроля успеваемости

Контрольная работа

Контрольная работа № 1.
Решить сравнения:
1) $x^4+4x^3+2x^2+x+12 \equiv 0 (mod\ 45)$
2) $x^5+3x^4-7x^3+4x^2+4x-10 \equiv 0 (mod\ 175)$
3) $6x^{10}-12x+1 \equiv 0 (\mathrm{mod}\ 5)$
4) $x^3+4x^2-3 \equiv 0$
5) $x^3 - 4x - 6 \equiv 0 (\mathrm{mod}\ 3)$
6) Найти остатки от деления 383^{175} на 45 и 109^{345} на 14
Контрольная работа № 2.
1) Пользуясь алгоритмом Евклида, найти НОД и НОК чисел 546 и 231
2) Дано: (α, β) = 24, [α, β] = 2496. Найти α и β.
3) Сумма двух чисел 667, а отношение НОК к их НОД равно 120. Найти эти числа.
4) Найти два числа, зная, что сумма частных от деления каждого из них на их НОД равна 18 и НОК равно 975.
Контрольная работа № 1.
1) С помощью непрерывных дробей решить неопределенное уравнение
38x+117y=209
2) При помощи непрерывной дроби вычислить с точностью до 0,0001 оба корня уравнения
$2x^2-15x+26 = 0$
3) По данной непрерывной дроби найти соответствующую ей обыкновенную несократимую дробь.
α/β = (2,1,1,3,1,2)
4) Найти квадратичную иррациональность по её разложению в переодическую непрерывную дробь.
[(1, 2, 4, 6)]
Контрольная работа № 2.
1) Решить в целых числах уравнения: 3x+4y=13
2) Для перевозки зерна имеются мешки по 60 кг и по 80 кг. Сколько нужно тех и других мешков для перевозки 440 кг зерна?
3) Решить уравнения с помощью непрерывных дробей 38x + 117y = 209

Методические материалы для контрольной работы

Описание методики оценивания: при оценке выполнения студентом контрольной работы максимальное внимание следует уделять следующим аспектам: насколько полно в теоретическом вопросе раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками

практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит аргументацию и пояснения.

Критерии оценки (в баллах):

- **5** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе полно раскрыто содержание материала; четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий; верно использованы научные термины; демонстрируются высокий уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владение навыками практической деятельности; кейс-задание решено на высоком уровне, содержит пояснения; тестовые задания решены свыше, чем на 80%; уровень знаний, умений, владений – высокий;
- **4** балла выставляется студенту, если В теоретическом вопросе раскрыто основное содержание материала; в основном правильно даны определения понятий и использованы научные термины; ответ самостоятельный; определения понятий неполные, допущены незначительные нарушения в последовательности изложения; небольшие недостатки при использовании научных терминов; кейс-задание решено верно, но решение не доведено до завершающего этапа; тесты решены на 60-80%. Уровень знаний, умений, владений – средний;
- **3** балла выставляется студенту, если в теоретическом вопросе усвоено основное, но непоследовательно; определения понятий недостаточно четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, практических занятий; уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности невысокий, наблюдаются пробелы и неточности; в решение кейс-задания верно выполнены некоторые этапы; тесты решены на 40-60%; уровень знаний, умений, владений – удовлетворительный;
- **менее 3** баллов выставляется студенту, если в теоретическом вопросе не изложено основное содержание учебного материала, изложение фрагментарное, не последовательное; определения понятий не четкие; не использованы в качестве доказательства выводы и обобщения из наблюдений, уровень умения оперировать научными категориями, анализировать информацию, владения навыками практической деятельности очень низкий; тесты решены менее, чем на 40 %; уровень знаний, умений, владений – недостаточный.

Коллоквиум

Описание методики оценивания выполнения коллоквиума: внимание уделяется усвоению учебного материала, полноте и логике излагаемого материала, умению оперировать научными категориями, владению приемами и навыками выполнения практических заданий (при наличии).

Вопросы к коллоквиуму

1. Простые числа.
2. Составные числа.
3. Наибольший общий делитель.
4. Наименьше общее кратное.
5. Числовые функции в теории чисел.
6. Сравнения.
7. Сравнения с одним неизвестным.
8. Сравнения первой степени.
9. Сравнения по простому модулю.
10. Сравнения по составному модулю.

Вопросы к коллоквиуму

1. Сравнение второй степени.
2. Символ Лежандра.
3. Первообразные корни.
4. Индексы.
5. Конечные цепные дроби.
6. Бесконечные цепные дроби.
7. Диофантовое уравнение.

8. Арифметические приложения теории сравнения.
9. Приближение действительных чисел рациональными дробями.
10. Наилучшее приближение.

Методические материалы для коллоквиума

Критерии оценки

5 баллов выставляется студенту, если он демонстрирует глубокое и прочное усвоение программного материала, полные, последовательные, грамотные и логически излагаемые ответы при видоизменении задания; свободно справляющиеся с поставленными задачами, знания материала, правильно обоснованные принятые решения, владение разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ.
4 балла выставляется студенту, если он демонстрирует знание программного материала, грамотное изложение, без существенных неточностей в ответе на вопрос, правильное применение теоретических знаний, владение необходимыми навыками при выполнении практических задач.
3 баллов выставляется студенту, если он демонстрирует усвоение основного материала, но при ответе допускаются неточности, при ответе недостаточно правильные формулировки, нарушение последовательности в изложении программного материала, - затруднения в выполнении практических заданий;
0-2 баллов выставляется студенту, если он демонстрирует не знание программного материала, при ответе возникают ошибки, затруднения при выполнении практических работ.

Экзаменационные билеты

Экзамен (зачет) является оценочным средством для всех этапов освоения компетенций. Структура экзаменационного билета: в билете указывается кафедра в рамках нагрузки которой реализуется данная дисциплина, форма обучения, направление и профиль подготовки, дата утверждения; билет может включать в себя теоретический(ие) вопрос(ы) и практическое задание (кейс-задание).

Примерные вопросы к экзамену, 3 курс / 5 семестр

1. Делимость целых чисел. Частное и остаток
2. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида
3. НОД нескольких чисел. Свойства НОД и взаимно простых чисел.
4. Линейная форма НОД.
5. НОК и его свойства.
6. Простые числа.
7. Решето Эратосфена.
8. Каноническое разложение натурального числа.
9. Целая и дробная часть числа. Применение функции [x] для нахождения канонического разложения числа n!
10. Число делителей и сумма делителей натурального числа.
11. Функция $\pi(x)$
12. Определение сравнений. Свойства сравнений.
13. Полная и приведенная системы вычетов.
14. Теоремы Эйлера и Ферма.
15. Мультипликативные функции. Вычисление функции Эйлера.
16. Кольцо и поле классов вычетов.
17. Сравнения первой степени с одной неизвестной.
18. Непрерывные дроби.
19. Свойства непрерывных дробей.
20. Решение сравнения первой степени с помощью подходящих дробей.
21. Системы сравнений первой степени.

22. Сравнения n-ой степени по простому модулю.
23. Решение сравнений по произвольному модулю.

Образец экзаменационного билета

МИНОБРНАУКИ РФ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ» БИРСКИЙ ФИЛИАЛ УУНиТ Кафедра высшей математики и физики	
Дисциплина: Теория чисел очная форма обучения 3 курс 5 семестр	Курсовые экзамены 20__-20__ г. Направление 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) Профиль: Математика, Информатика
Экзаменационный билет № 1 1. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида 2. Решить задачу	
Дата утверждения: __.__._____	Заведующий кафедрой _____

Методические материалы для экзамена

При оценке ответа на экзамене максимальное внимание должно уделяться тому, насколько полно раскрыто содержание материала, четко и правильно даны определения, раскрыто содержание понятий, верно ли использованы научные термины, насколько ответ самостоятельный, использованы ли ранее приобретенные знания, раскрыты ли раскрыты причинно-следственные связи, насколько высокий уровень умения оперирования научными категориями, анализа информации, владения навыками практической деятельности.

Критерии оценки (в баллах):

- **25-30 баллов** выставляется студенту, если студент дал полные, развернутые ответы на все теоретические вопросы билета, продемонстрировал знание функциональных возможностей, терминологии, основных элементов, умение применять теоретические знания при выполнении практических заданий. Студент без затруднений ответил на все дополнительные вопросы. Практическая часть работы выполнена полностью без неточностей и ошибок;
- **17-24 баллов** выставляется студенту, если студент раскрыл в основном теоретические вопросы, однако допущены неточности в определении основных понятий. При ответе на дополнительные вопросы допущены небольшие неточности. При выполнении практической части работы допущены несущественные ошибки;
- **10-16** баллов выставляется студенту, если при ответе на теоретические вопросы студентом допущено несколько существенных ошибок в толковании основных понятий. Логика и полнота ответа страдают заметными изъянами. Заметны пробелы в знании основных методов. Теоретические вопросы в целом изложены достаточно, но с пропусками материала. Имеются принципиальные ошибки в логике построения ответа на вопрос. Студент не решил задачу или при решении допущены грубые ошибки;
- **1-10 баллов** выставляется студенту, если ответ на теоретические вопросы свидетельствует о непонимании и крайне неполном знании основных понятий и методов. Обнаруживается отсутствие навыков применения теоретических знаний при выполнении практических заданий. Студент не смог ответить ни на один дополнительный вопрос.

Перевод оценки из 100-балльной в четырехбалльную производится следующим образом:

- отлично – от 80 до 110 баллов (включая 10 поощрительных баллов);
- хорошо – от 60 до 79 баллов;
- удовлетворительно – от 45 до 59 баллов;
- неудовлетворительно – менее 45 баллов.

Задания для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме:

5 семестр - экзамен.

Проверяемыми на промежуточной аттестации элементами содержания являются темы дисциплины.

Для проверки *знаний* используются вопросы и задания в различных формах.

Умения, навыки (или опыт деятельности) и компетенции проверяются с помощью компетентностно-ориентированных задач (ситуационных, производственных или кейсового характера) и различного вида конструкторов.

Все задачи являются многоходовыми. Некоторые задачи, проверяющие уровень сформированности компетенций, являются многовариантными. Часть умений, навыков и компетенций прямо не отражена в формулировках задач, но они могут быть проявлены обучающимися при их решении.

В каждый вариант включаются задания по каждому проверяемому элементу содержания во всех перечисленных выше формах и разного уровня сложности. Такой формат позволяет объективно определить качество освоения обучающимися основных элементов содержания дисциплины и уровень сформированности компетенций.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине при использовании модульно-рейтинговой системы

Критериями оценивания при модульно-рейтинговой системе являются баллы, которые выставляются преподавателем за виды деятельности (оценочные средства) по итогам изучения модулей (разделов дисциплины), перечисленных в рейтинг-плане дисциплины:

для экзамена: текущий контроль – максимум 40 баллов; рубежный контроль – максимум 30 баллов, поощрительные баллы – максимум 10.

Шкалы оценивания:

для экзамена:

от 45 до 59 баллов – «удовлетворительно»;

от 60 до 79 баллов – «хорошо»;

от 80 баллов – «отлично».

Рейтинг-план дисциплины

Таблица перевода баллов текущего контроля в баллы рейтинга

	5	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	5	3	2	2	1	1	1	1	1	1
2		5	4	3	2	2	2	2	2	1
3			5	4	3	3	3	2	2	2
4				5	4	4	3	3	3	2
5					5	5	4	4	3	3
6						5	5	4	4	3
7							5	5	4	4

8								5	5	4
9									5	5
10										5

Рейтинг-план дисциплины представлен в Приложении 1.

5. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

5.1. Основная учебная литература

1. Бухштаб А. А.. Теория чисел : Учеб. пособ. Изд. 3-е. –СПб.: Лань, 2008— 384 с
2. Веселова, Л.В. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. — Электрон. дан. — Казань : КНИТУ, 2014. — 107 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/73214

5.2. Дополнительная учебная литература

1. Тесты по алгебре и теории чисел : метод. реком. для студ. физико-матем. фак-ов пед. вузов / Федер. агентство по образ., ГОУ ВПО, БирГСПА; Сост. Л. М. Габдулисламова, А. В. Бодулев .— Бирск : БирГСПА, 2009 .— 59 с.
2. Алфутова, Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.Б. Алфутова, А.В. Устинов. — Электрон. дан. — Москва : МЦНМО, 2009. — 336 с.

5.3. Другие учебно-методические материалы

Перечень рекомендуемых ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», находящихся в свободном доступе

1. Интернет-библиотека Московского Центра непрерывного математического образования: http://ilib.mccme.ru * Большая Научная Библиотека: http://www.sci-lib.com * Университетская библиотека онлайн БГУ www.bashlib.ru * Библиотека Бирского филиала БашГУ www.ibooks.ru
2. Научная электронная библиотека http://elibrary.ru * Учебная литература http://nanayna.ru * Архив электронных ресурсов http://elib.sfu-kras.ru/handle/2311/1637 * Свободная энциклопедия http://window.edu.ru/resource/723/74723

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» и программного обеспечения, необходимых для освоения дисциплины

1. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elibrary.ru/.
2. Электронная библиотечная система «Лань» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://e.lanbook.com/.
3. Университетская библиотека онлайн biblioclub.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа:

http://biblioclub.ru/.

4. Электронная библиотека УУНиТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://elib.bashedu.ru/.
5. Российская государственная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.rsl.ru/.
6. Национальная электронная библиотека [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://xn--90ax2c.xn--p1ai/viewers/.
7. Национальная платформа открытого образования npoed.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://npoed.ru/.
8. Электронное образование Республики Башкортостан [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://edu.bashkortostan.ru/.
9. Информационно-правовой портал Гарант.ру [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.garant.ru/.

Программное обеспечение

1. Браузер Google Chrome - Бесплатная лицензия https://www.google.com/intl/ru_ALL/chrome/privacy/eula_text.html
2. LIBREOFFICE - Договор №0301400003023000002 от 14.03.2023 (бессрочный)
3. Операционная система Astra Linux - Договор 0301400003023000002 от 14 марта 2023 бессрочно

7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий	Вид занятий	Наименование оборудования, программного обеспечения
Аудитория 301 Читальный зал (электронный каталог)(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, принтер, сканер hp scanyet g2410. Программное обеспечение 1. Браузер Google Chrome 2. LIBREOFFICE
Аудитория 405(ФМ)	Лекционная, Семинарская, Для консультаций, Для контроля и аттестации	Мебель, ноутбук, проектор, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 412а(ФМ)	Для консультаций, Для хранения оборудования	Компьютер, ксерокс, мебель, ноутбук, принтер, сканер canon, учебно-методическая литература. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система

		Astra Linux 3. Браузер Google Chrome
Аудитория 420(ФМ)	Для самостоятельной работы	Компьютер, мебель, нетбук, принтер, проектор, сканер mustek, учебно-методические пособия, учебно-наглядные материалы, экран. Программное обеспечение 1. LIBREOFFICE 2. Операционная система Astra Linux 3. Браузер Google Chrome